

開放量子系のホログラフィー とブラックホール

竹田 大地（理研和光 iTHEMS）

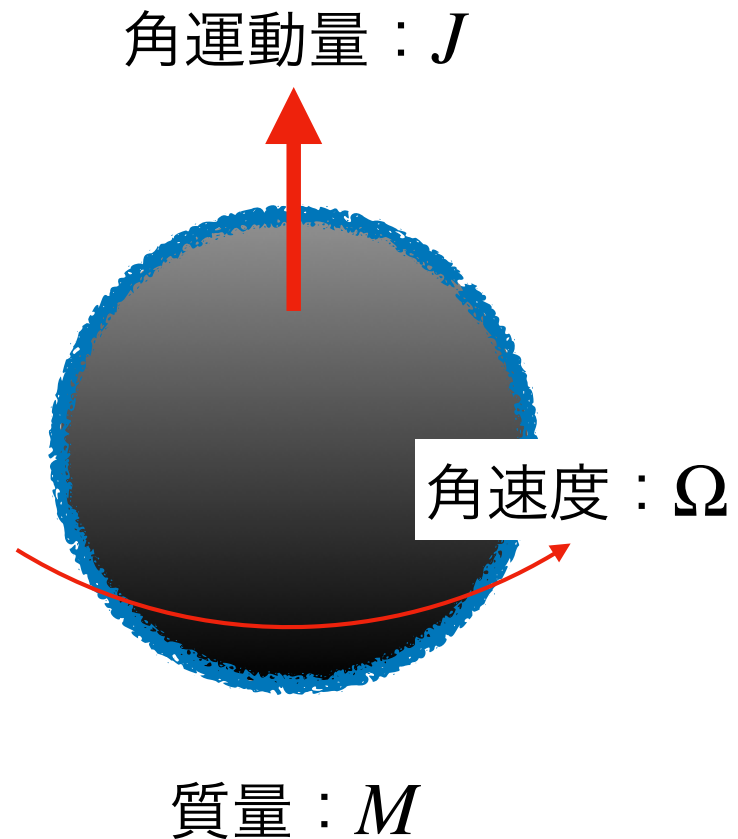
離散的手法による場と時空のダイナミクス2026

2026/10/08 @ 理研神戸

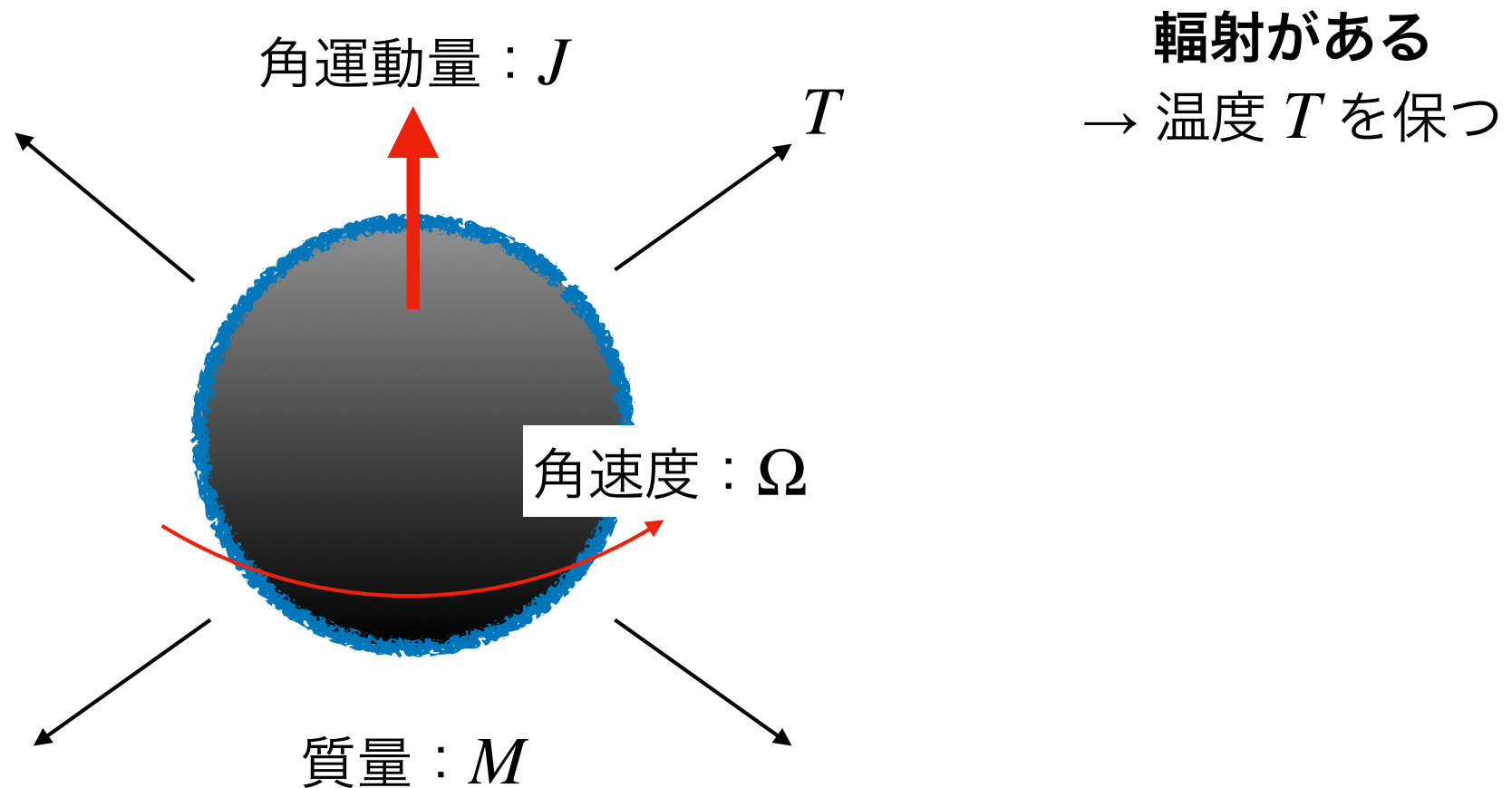
2504.17320（石井・竹田）

2605.14573（足立・長谷川・石井・竹田）

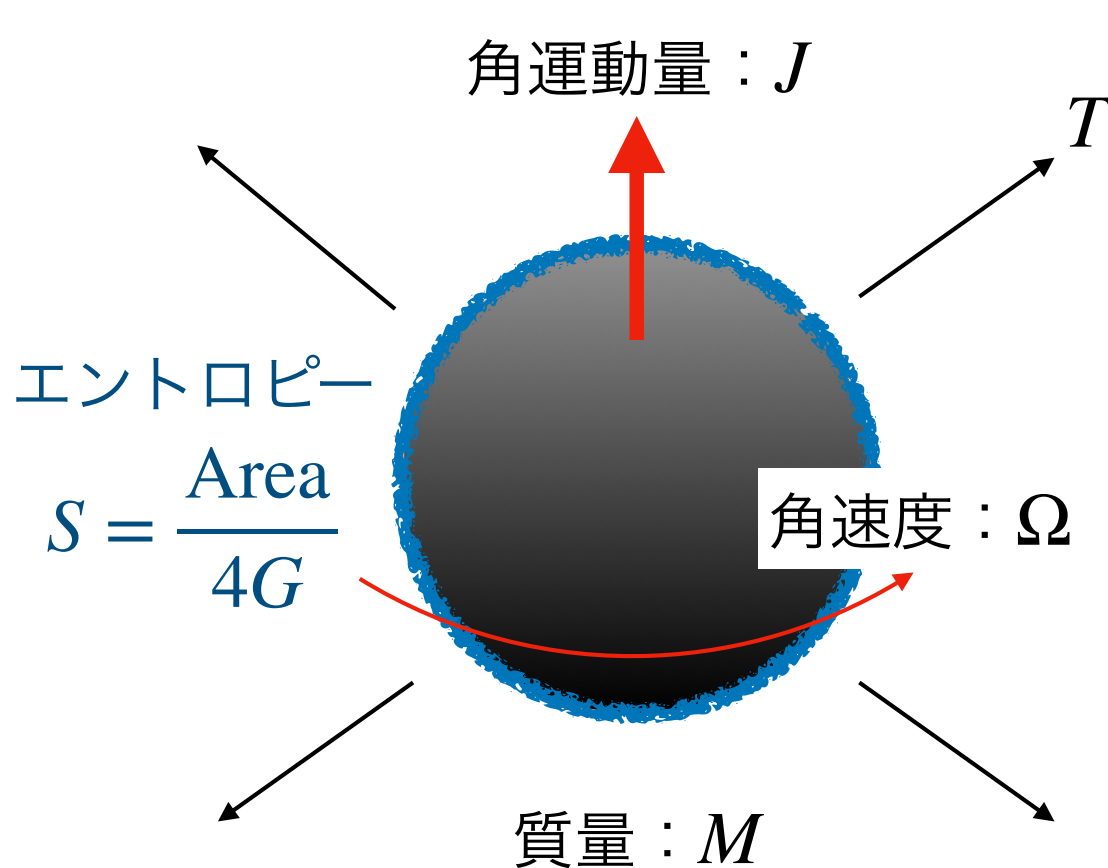
ブラックホールは熱力学法則に従う



ブラックホールは熱力学法則に従う



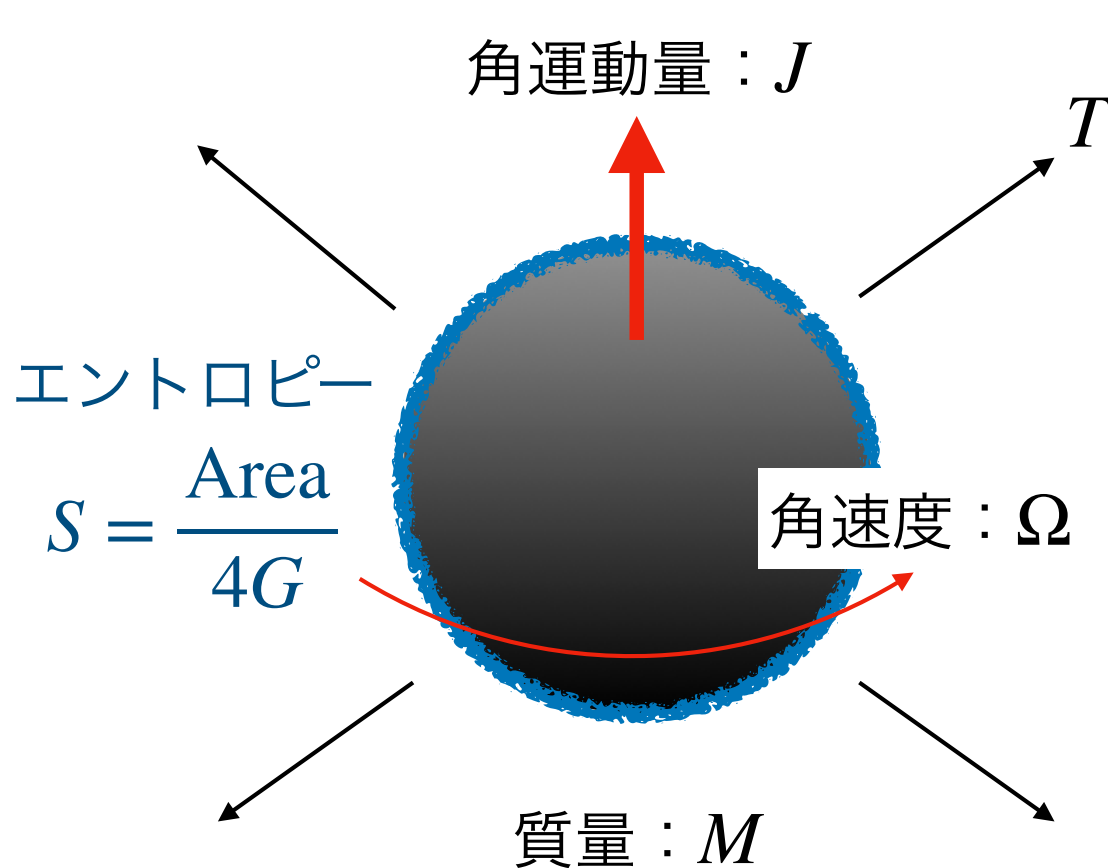
ブラックホールは熱力学法則に従う



輻射がある
→ 温度 T を保つ

エントロピーを持つ
$$S = \frac{\text{Area}}{4G} + \mathcal{O}(G^0)$$

ブラックホールは熱力学法則に従う



輻射がある

→ 温度 T を保つ

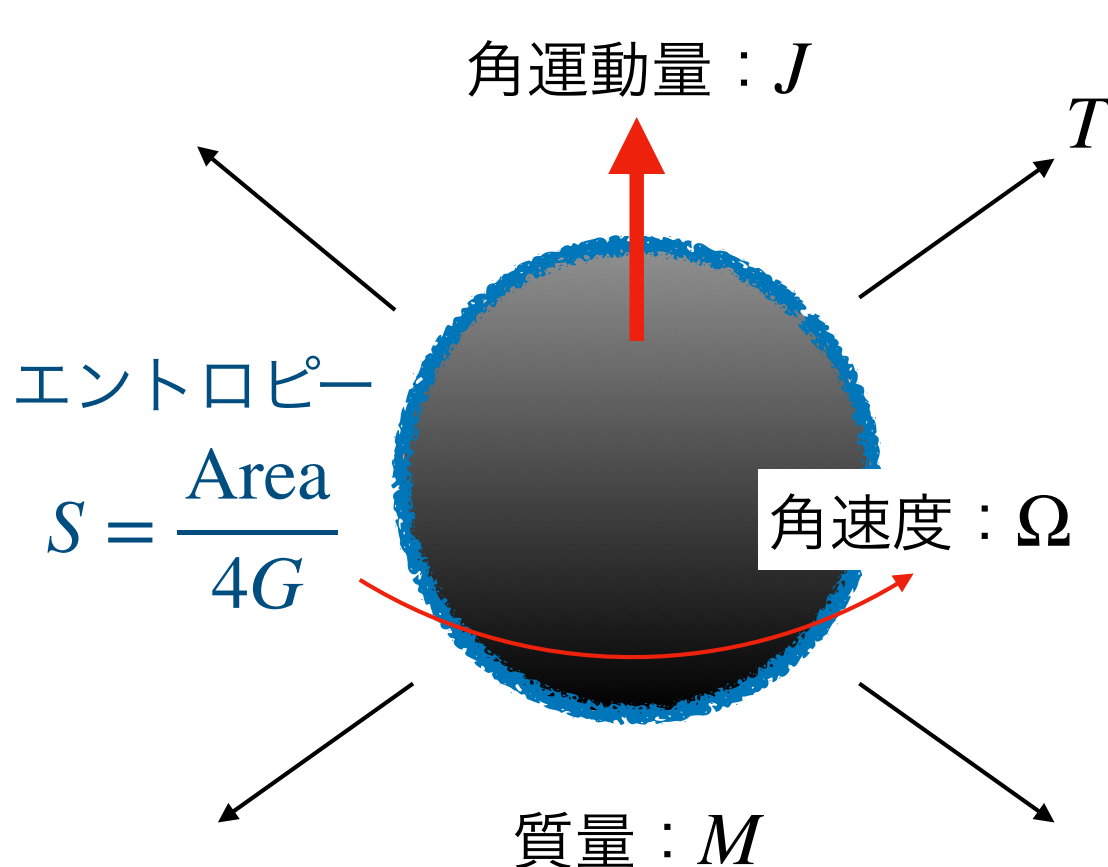
エントロピーを持つ

$$S = \frac{\text{Area}}{4G} + \mathcal{O}(G^0)$$

熱力学第一法則

$$dM = TdS + \Omega dJ$$

ブラックホールは熱力学法則に従う



輻射がある

→ 温度 T を保つ

エントロピーを持つ

$$S = \frac{\text{Area}}{4G} + \mathcal{O}(G^0)$$

熱力学第一法則

$$dM = TdS + \Omega dJ$$

熱力学第二法則

$$\Delta S \geq 0$$

証明：エネルギー条件

いろいろな設定と条件で

ブラックホールの熱平衡化

無毛定理

例) 4D Einstein-Maxwell ($\Lambda = 0$)

Kerr-Newmanのみ: 「毛」は質量・角運動量・電荷

ブラックホールの熱平衡化

無毛定理

例) 4D Einstein-Maxwell ($\Lambda = 0$)

Kerr-Newmanのみ: 「毛」は質量・角運動量・電荷

動的な「脱毛」は未整備

孤立系 (ユニタリ)

マクロには区別不可だが、産毛が沢山ある (はず)
粗視化の仕方 (尊重する演算子) に依存

ブラックホールの熱平衡化

無毛定理

例) 4D Einstein-Maxwell ($\Lambda = 0$)

Kerr-Newmanのみ: 「毛」は質量・角運動量・電荷

動的な「脱毛」は未整備

孤立系 (ユニタリ)

マクロには区別不可だが、産毛が沢山ある (はず)
粗視化の仕方 (尊重する演算子) に依存

開放系 (不可逆)

動力学の不動点なので、量子的にも毛が少数
余分な粗視化は不要

ブラックホールの熱平衡化

無毛定理

例) 4D Einstein-Maxwell ($\Lambda = 0$)

Kerr-Newmanのみ: 「毛」は質量・角運動量・電荷

動的な「脱毛」は未整備

孤立系 (ユニタリ)

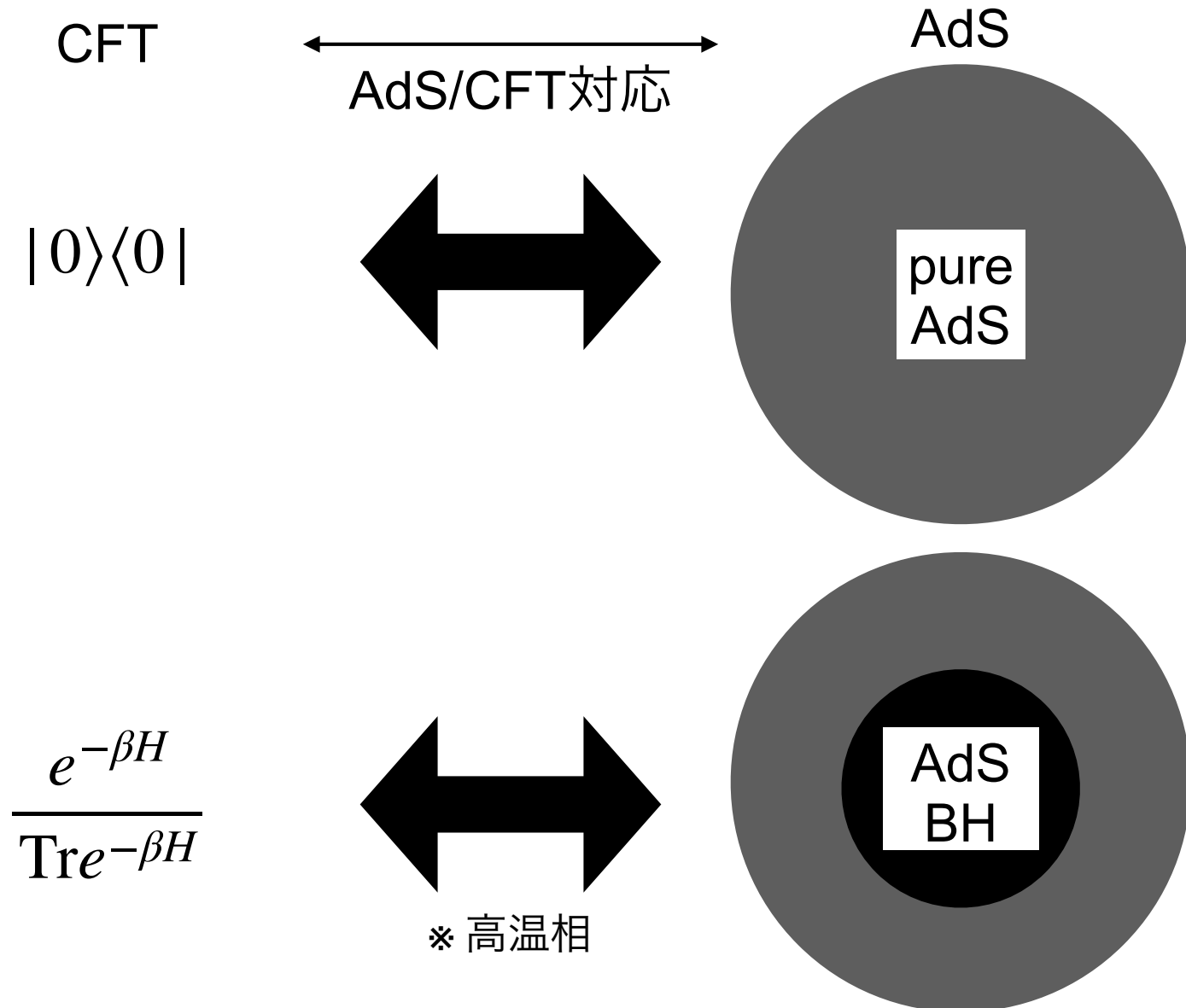
マクロには区別不可だが、産毛が沢山ある (はず)
粗視化の仕方 (尊重する演算子) に依存

開放系 (不可逆)

今日のテーマ

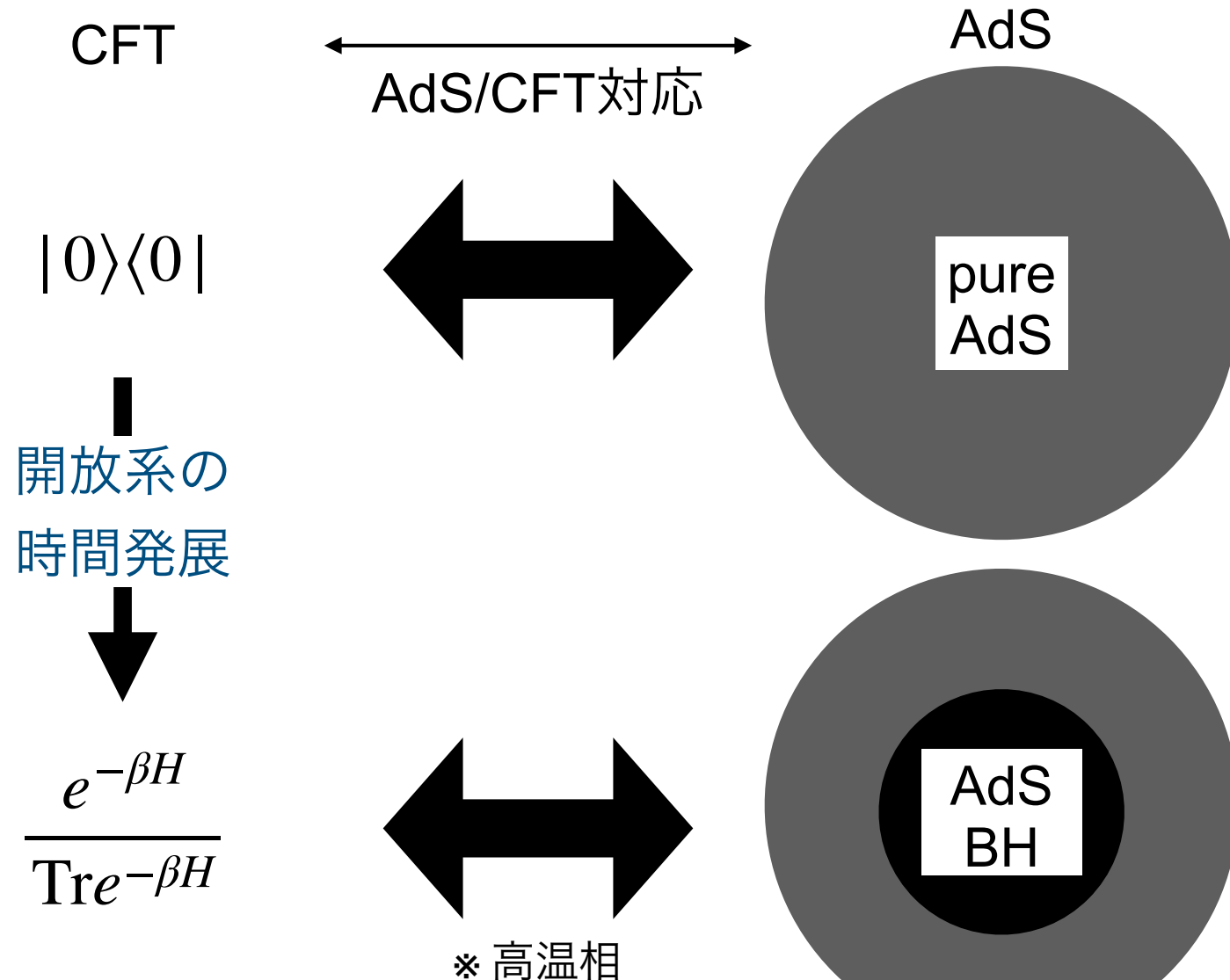
動力学の不動点なので、量子的にも毛が少数
余分な粗視化は不要

開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成



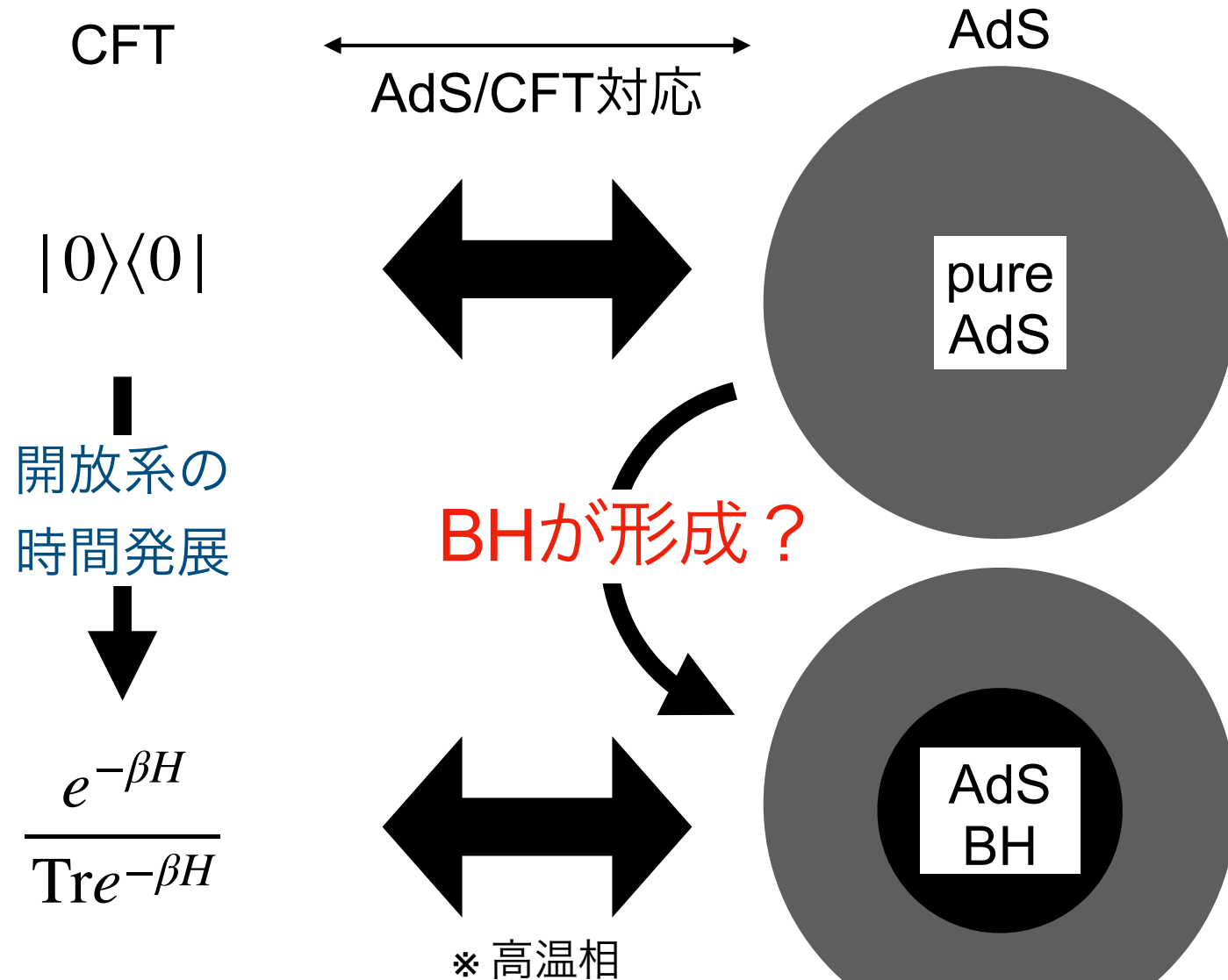
開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成

熱浴を使って、CFTを熱平衡化できたとしたら？



開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成

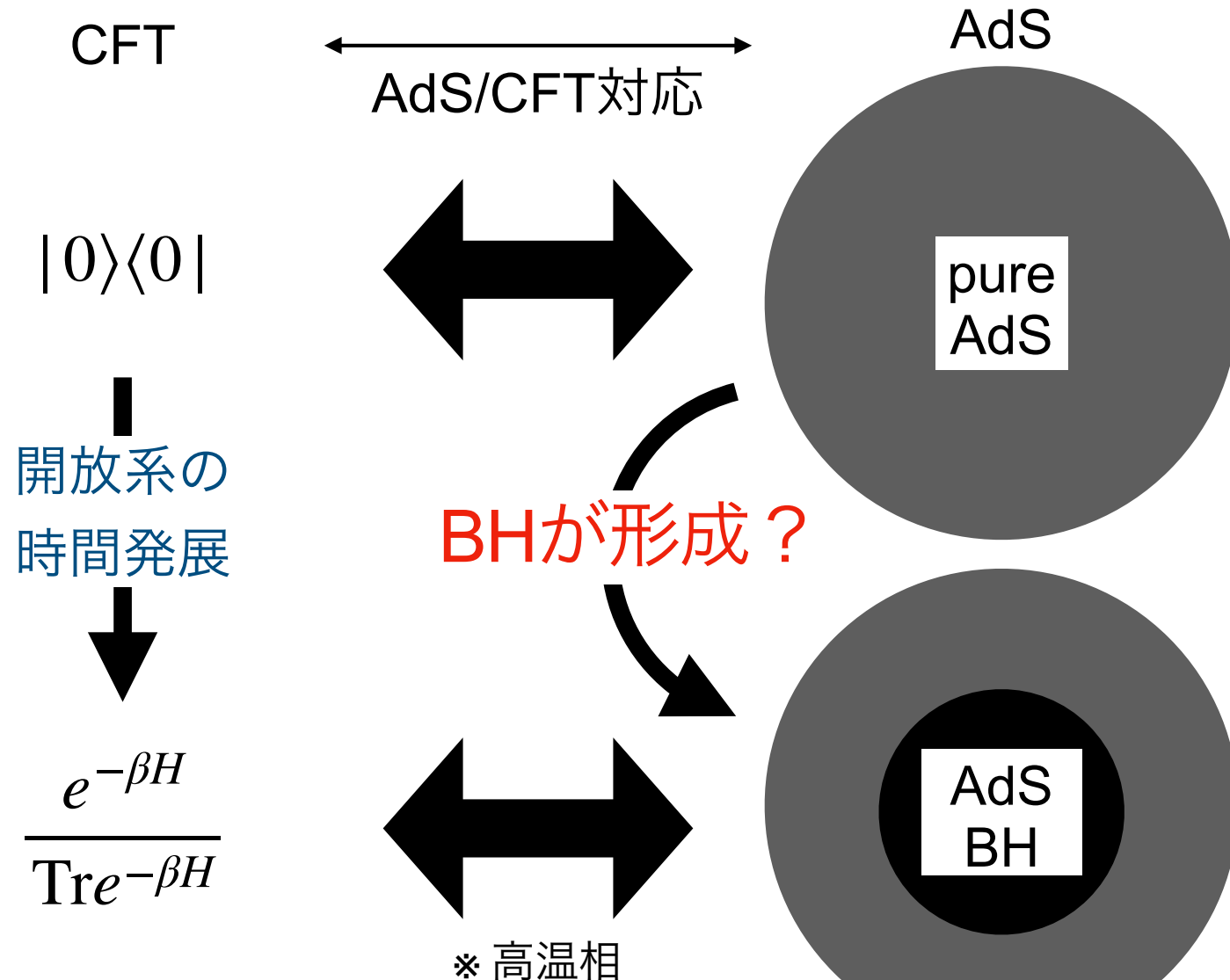
熱浴を使って、CFTを熱平衡化できたとしたら？



開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成

一般に地平面形成を期待

熱浴を使って、CFTを熱平衡化できたとしたら？



開放重力系における地平面形成

1. in-in形式のAdS/CFT
2. 開放量子系のAdS/CFT
重力系に境界からノイズ
3. JT重力で地平面形成を確認
4. 無毛定理・動的な脱毛定理を目指して

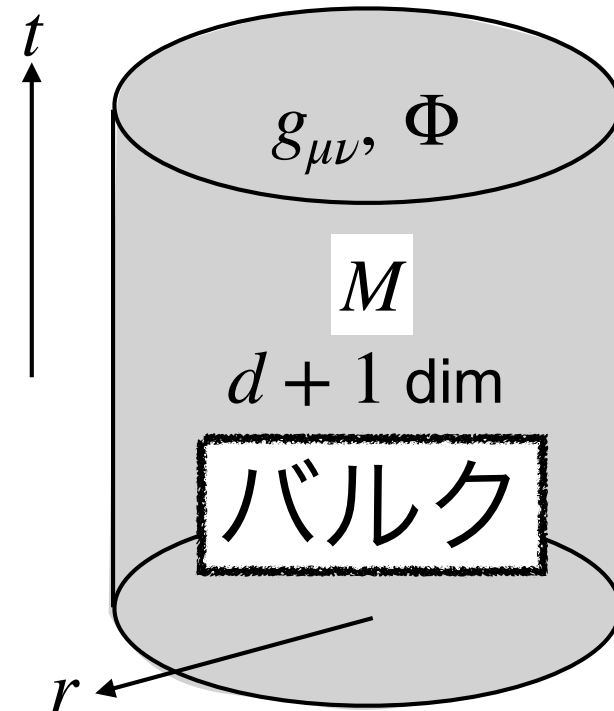
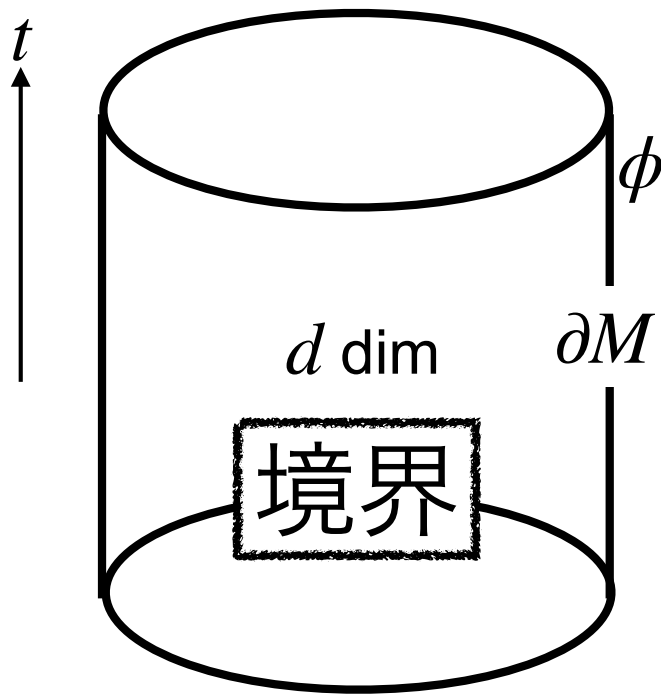
開放重力系における地平面形成

1. in-in形式のAdS/CFT
2. 開放量子系のAdS/CFT
重力系に境界からノイズ
3. JT重力で地平面形成を確認
4. 無毛定理・動的な脱毛定理を目指して

AdS/CFT対応：重力＝非重力QFT

$$\int \mathcal{D}\phi e^{iS_{\text{CFT}}[\partial M; \phi] + i \int d^d x J(x) O_{\Delta}(x)} = \int \mathbb{D}g \mathbb{D}\Phi e^{iS_{\text{AdS}}[M; g, \Phi]} \Big|_{\Phi \sim r^{\Delta-d} J} \quad (r \rightarrow \infty)$$

大自由度CFT $\longrightarrow \simeq e^{iS_{\text{AdS}}[M; g_{\text{cl}}, \Phi_{\text{cl}}]} \Big|_{\Phi \sim r^{\Delta-d} J}$



M : Schwinger-Keldysh経路にも適用可能

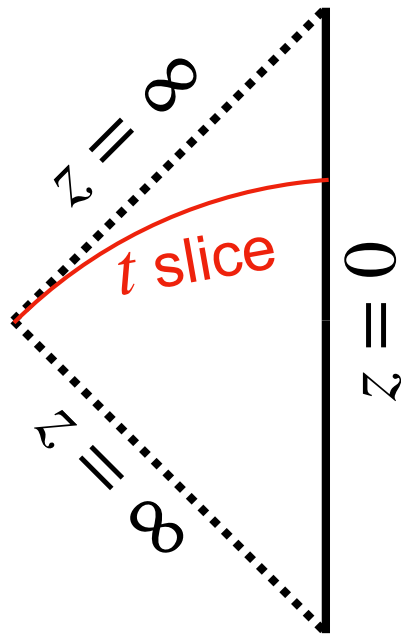
Skenderis & van Rees (2008)

(自明な) 例：バルク自由場 (in-out形式)

$$S = -\frac{1}{2} \int d^{d+1}x \sqrt{g} \left((\partial\Phi)^2 + \frac{\Delta(\Delta - d)}{L^2} \Phi^2 \right) + S_{\text{ct}}$$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} (dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \quad L \sim 1/\sqrt{R_{\text{Ric}}}$$

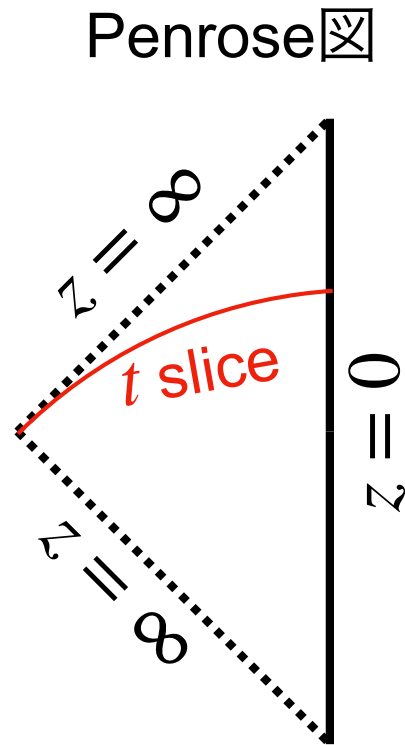
Penrose 



(自明な) 例：バルク自由場 (in-out形式)

$$S = -\frac{1}{2} \int d^{d+1}x \sqrt{g} \left((\partial\Phi)^2 + \frac{\Delta(\Delta - d)}{L^2} \Phi^2 \right) + S_{\text{ct}}$$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} (dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \quad L \sim 1/\sqrt{R_{\text{Ric}}}$$



$$\Phi(x, z) \propto \int d^d y \left(\frac{z}{z^2 + (x - y)^2 + i\epsilon} \right)^\Delta J(y)$$

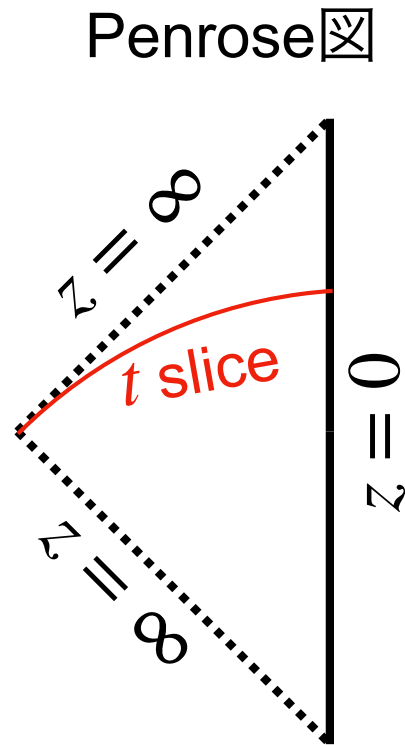
$$Z[J] \simeq e^{iS[\Phi_*]} \Big|_{\Phi \sim z^{d-\Delta} J}$$

$$= \exp \left[C \int d^d x d^d y \frac{J(x)J(y)}{((x - y)^2 + i\epsilon)^\Delta} \right]$$

(自明な) 例：バルク自由場 (in-out形式)

$$S = -\frac{1}{2} \int d^{d+1}x \sqrt{g} \left((\partial\Phi)^2 + \frac{\Delta(\Delta-d)}{L^2} \Phi^2 \right) + S_{\text{ct}}$$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} (dz^2 + \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu), \quad L \sim 1/\sqrt{R_{\text{Ric}}}$$



$$\Phi(x, z) \propto \int d^d y \left(\frac{z}{z^2 + (x-y)^2 + i\epsilon} \right)^\Delta J(y)$$

$$Z[J] \simeq e^{iS[\Phi_*]} \Big|_{\Phi \sim z^{d-\Delta} J}$$

$$= \exp \left[C \int d^d x d^d y \frac{J(x)J(y)}{((x-y)^2 + i\epsilon)^\Delta} \right]$$

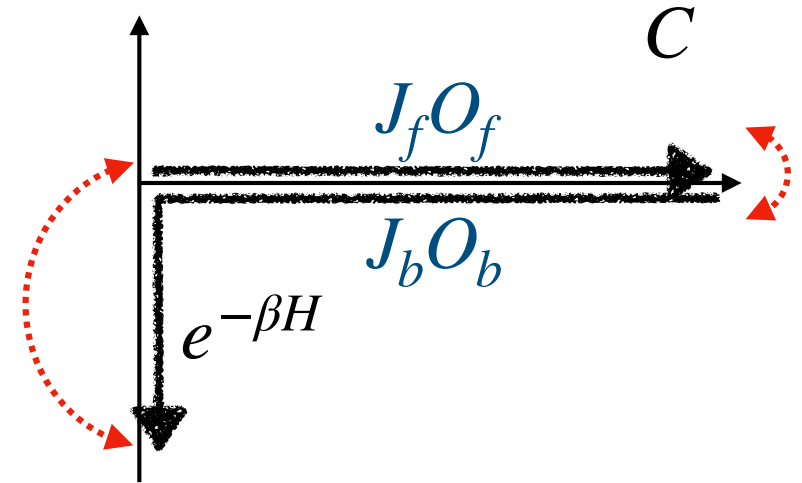
CFTの2点を再現

CFT側

$$U[J] := \text{T exp} \left[-i \int dt J(t) O(t) \right]$$

$$Z[J_f, J_b] = \text{Tr} \left[\vec{U}[J_f] e^{-\beta H} U^\dagger[J_b] \right]$$

$$= \int \mathcal{D}\varphi e^{iS[\varphi; C] + i \int (J_f O_f - J_b O_b)}$$



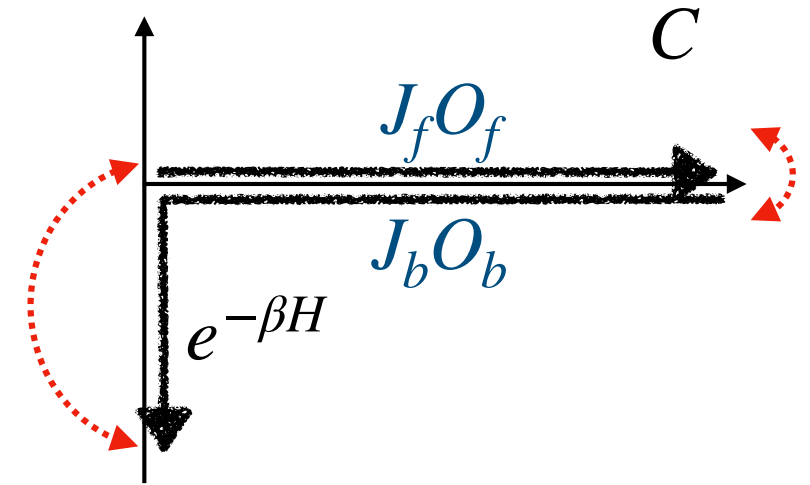
in-in形式のAdS/CFT

Skenderis &
van Rees (2008)

CFT側

$$U[J] := \text{T exp} \left[-i \int dt J(t) O(t) \right]$$

$$\begin{aligned} Z[J_f, J_b] &= \text{Tr} \left[\vec{U}[J_f] e^{-\beta H} U^\dagger[J_b] \right] \\ &= \int \mathcal{D}\varphi e^{iS[\varphi; C] + i \int (J_f O_f - J_b O_b)} \end{aligned}$$



in-inは混合状態で必須

in-in形式のAdS/CFT

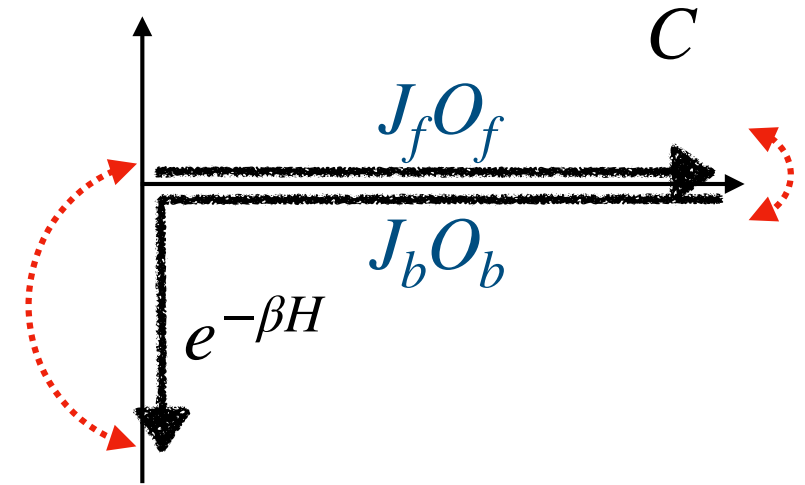
Skenderis &
van Rees (2008)

CFT側

$$U[J] := \text{Tr} \exp \left[-i \int dt J(t) O(t) \right]$$

$$Z[J_f, J_b] = \text{Tr} \left[U[J_f] e^{-\beta H} U^\dagger[J_b] \right]$$

$$= \int \mathcal{D}\varphi e^{iS[\varphi; C] + i \int (J_f O_f - J_b O_b)}$$



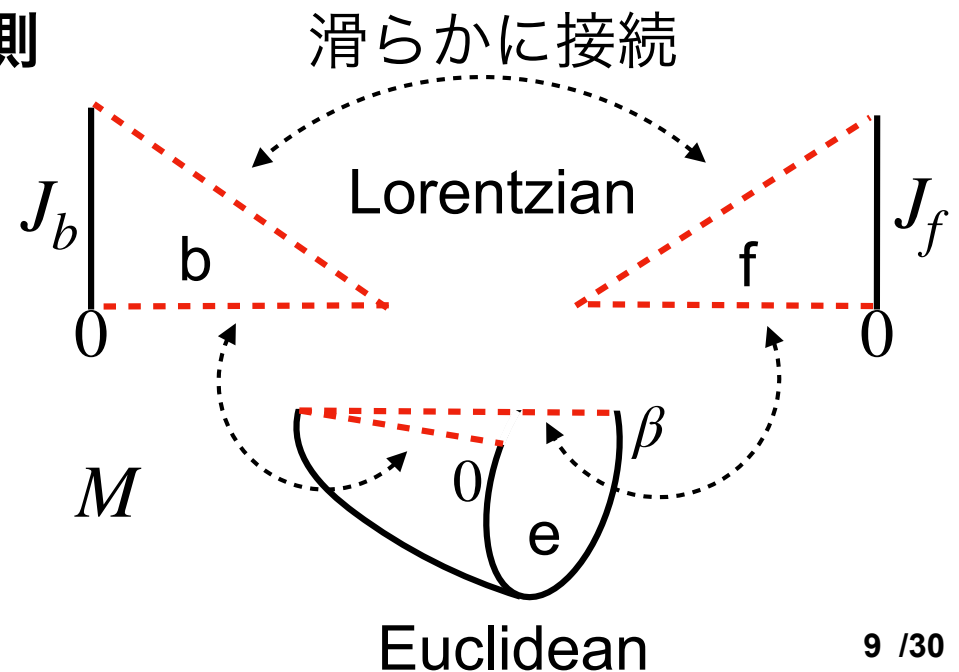
in-inは混合状態で必須

AdS側

$$Z[J_f, J_b] \simeq e^{iS[\Phi_*; M]} \Big|_{\text{BC}}$$

$$\text{BC: } \Phi_{f/b} \sim z^{d-\Delta} J_{f/b}$$

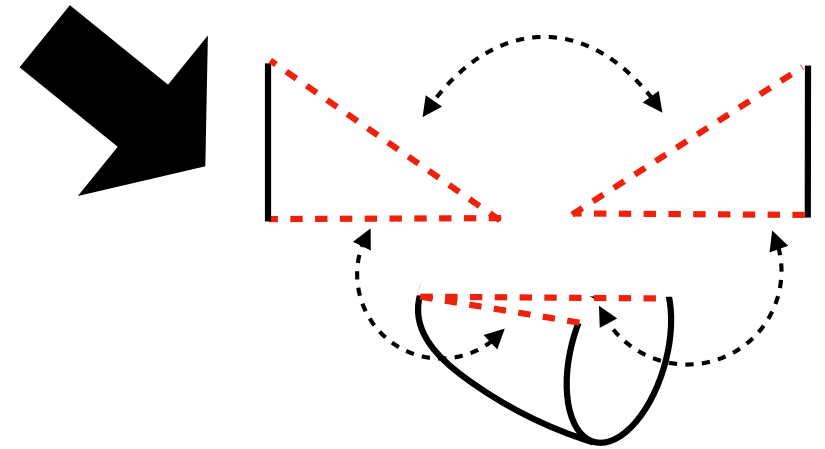
$$\Phi_e \sim z^{d-\Delta} \cdot 0$$



(自明な) 例：バルク自由場 (in-in形式)

Skenderis & van Rees (2008)

$$S = -\frac{1}{2} \int d^3x \sqrt{g} \left((\partial\Phi)^2 + \frac{\Delta(\Delta - d)}{L^2} \Phi^2 \right) + S_{\text{ct}}$$
$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[-\left(1 - \frac{z^2}{z_h^2}\right) dt^2 + \frac{dz^2}{1 - z^2/z_h^2} + dx^2 \right]$$



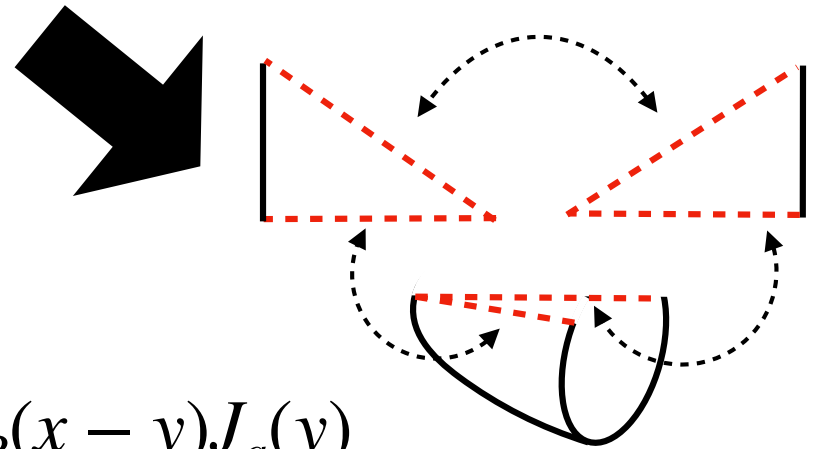
(自明な) 例：バルク自由場 (in-in形式)

Skenderis & van Rees (2008)

$$S = -\frac{1}{2} \int d^3x \sqrt{g} \left((\partial\Phi)^2 + \frac{\Delta(\Delta - d)}{L^2} \Phi^2 \right) + S_{\text{ct}}$$

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} \left[-\left(1 - \frac{z^2}{z_h^2}\right) dt^2 + \frac{dz^2}{1 - z^2/z_h^2} + dx^2 \right]$$

$$J_r = \frac{J_f + J_b}{2}, \quad J_a = J_f - J_b$$



$$Z[J_f, J_b] = \exp \left[- \int d^2x d^2y \left(2iJ_r(x) G_R(x - y) J_a(y) \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{2} J_a(x) G_S(x - y) J_a(y) \right) \right] \quad \text{CFTの2点を再現}$$

開放重力系における地平面形成

1. in-in形式のAdS/CFT
2. 開放量子系のAdS/CFT
重力系に境界からノイズ
3. JT重力で地平面形成を確認
4. 無毛定理・動的な脱毛定理を目指して

熱浴と結合したAdS/CFT：CFT側

類似設定 Jana, Loganayagam, Rangamani (2020)

$$S_{\text{tot}} = S_{\text{CFT}}[\varphi] + S_{\text{bath}}[\psi] + g \int d^d x \, \psi \underline{O[\varphi]}$$

CFTプライマリ

簡単のため

CFT真空 熱浴Gibbs

$$\text{初期状態} : \rho_0 = |0\rangle\langle 0| \otimes e^{-\beta H_{\text{bath}}}$$

熱浴と結合したAdS/CFT：CFT側

類似設定 Jana, Loganayagam, Rangamani (2020)

$$S_{\text{tot}} = S_{\text{CFT}}[\varphi] + S_{\text{bath}}[\psi] + g \int d^d x \, \psi \underline{O[\varphi]}$$

CFTプライマリ

簡単のため
CFT真空 熱浴Gibbs

$$\text{初期状態} : \rho_0 = |0\rangle\langle 0| \otimes e^{-\beta H_{\text{bath}}}$$

$$Z = \text{Tr} \left[U[J_f] \rho_0 U^\dagger[J_b] \right]$$
$$= \int \mathcal{D}\varphi \mathcal{D}\psi \, \Psi_{\text{CFT}} \Psi_{\text{bath}}$$

$$\times \exp \left[iS_{\text{tot}}[\varphi_f, \psi_f] - iS_{\text{tot}}[\varphi_b, \psi_b] + i \int (J_f O_f - J_b O_b) \right]$$

熱浴と結合したAdS/CFT：CFT側

類似設定 Jana, Loganayagam, Rangamani (2020)

$$S_{\text{tot}} = S_{\text{CFT}}[\varphi] + S_{\text{bath}}[\psi] + g \int d^d x \, \psi \underline{O[\varphi]}$$

CFTプライマリ

簡単のため
CFT真空 熱浴Gibbs

$$\text{初期状態} : \rho_0 = |0\rangle\langle 0| \otimes e^{-\beta H_{\text{bath}}}$$

$$Z = \text{Tr} \left[U[J_f] \rho_0 U^\dagger[J_b] \right]$$

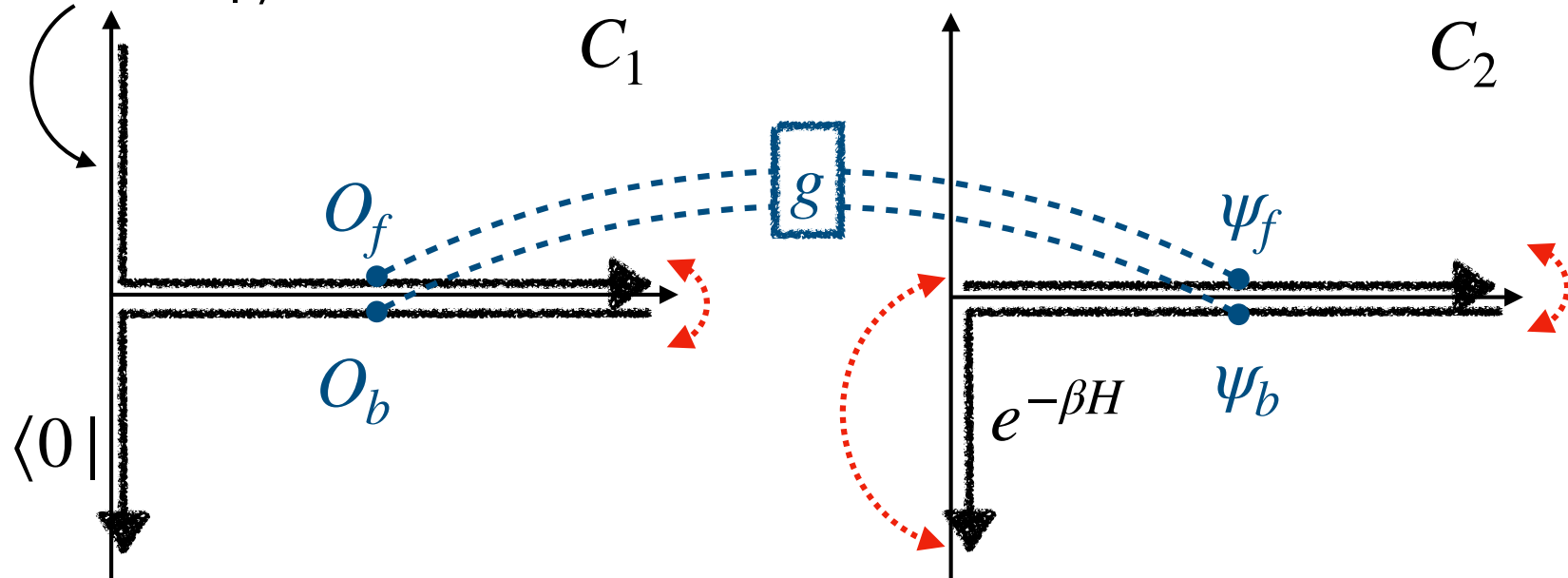
非結合の
Euclid経路で書ける

$$= \int \mathcal{D}\varphi \mathcal{D}\psi \, \Psi_{\text{CFT}} \Psi_{\text{bath}}$$
$$\times \exp \left[iS_{\text{tot}}[\varphi_f, \psi_f] - iS_{\text{tot}}[\varphi_b, \psi_b] + i \int (J_f O_f - J_b O_b) \right]$$

熱浴と結合したAdS/CFT：CFT側

$$Z = \int \mathcal{D}\phi \mathcal{D}\psi \exp \left[iS_{\text{CFT}}[\phi; C_1] + S_{\text{bath}}[\psi; C_2] + \right. \\ \left. + i \int_{\mathbb{R}} (J_f O_f - J_b O_b) + ig \int_{\mathbb{R}} (\psi_f O_f - \psi_b O_b) \right]$$

$$|0\rangle = e^{-\infty \times H} | \rangle$$



熱浴と結合したAdS/CFT：CFT側

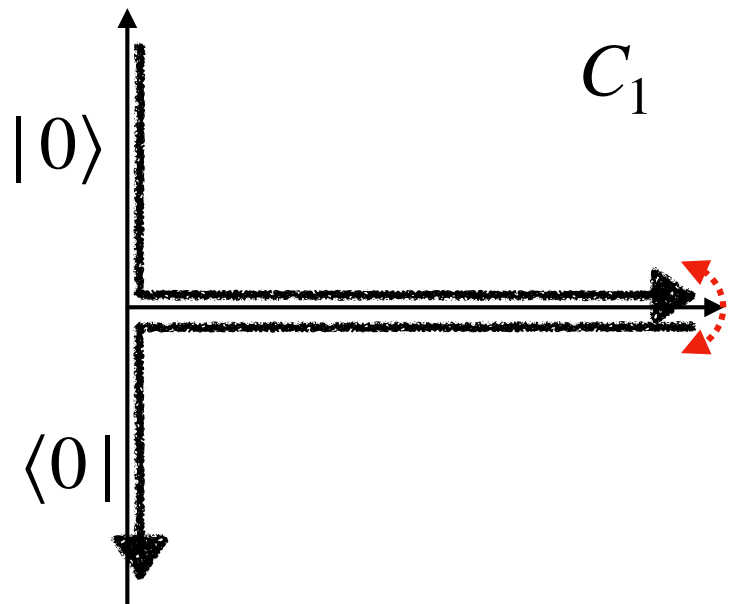
環境積分を $\mathcal{O}(g^2)$ まで評価 (ψ が自由場だけなら厳密)

$$Z = \int \mathcal{D}\phi \, e^{iS_{\text{CFT}}[C_1; \phi]} \exp \left[i \int d^d x \left(J_f(x) O_f(x) - J_b(x) O_b(x) \right) \right. \\ \left. - g^2 \int d^d x d^d y \left(2i O_a(x) G_R(x-y) O_r(y) + \frac{1}{2} O_a(x) G_S(x-y) O_a(y) \right) \right]$$

熱浴遅延Green関数 熱浴対称Green関数

散逸

揺動



$$O_r := \frac{O_f + O_b}{2}$$

$$O_a := O_f - O_b$$

熱浴と結合したAdS/CFT：CFT側

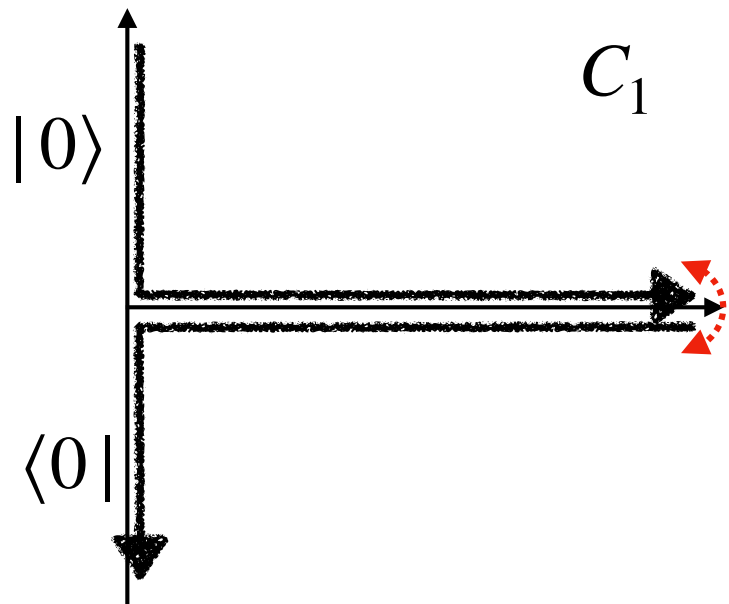
環境積分を $\mathcal{O}(g^2)$ まで評価 (ψ が自由場だけなら厳密)

$$Z = \int \mathcal{D}\phi \, e^{iS_{\text{CFT}}[C_1; \phi]} \exp \left[i \int d^d x \left(J_f(x) O_f(x) - J_b(x) O_b(x) \right) \right. \\ \left. - g^2 \int d^d x d^d y \left(2i O_a(x) G_R(x-y) O_r(y) + \frac{1}{2} O_a(x) G_S(x-y) O_a(y) \right) \right]$$

熱浴遅延Green関数 熱浴対称Green関数

散逸

揺動



$$O_r := \frac{O_f + O_b}{2}$$

$$O_a := O_f - O_b$$

揺動散逸定理

$$\tilde{G}_S(k) = -2 \coth \frac{k^0 \beta}{2} \text{Im } \tilde{G}_R(k)$$

補助場を導入してAdS/CFT辞書を利用

AdS/CFTの辞書

$$\int \mathcal{D}\varphi e^{iS_{\text{CFT}}[\partial M; \varphi] + i \int d^d x J(x) O_{\Delta}(x)} = \int \mathcal{D}\Phi e^{iS_{\text{AdS}}[M; \Phi]} \Big|_{\Phi \sim r^{\Delta-d} J}$$

$$Z = \int \mathcal{D}\phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{CFT}}[C_1; \phi] - i \int d^d x \chi_r (\xi_r - O_r) - i \int d^d x \chi_a (\xi_a - O_a) + i \int d^d x (J_f O_f - J_b O_b)} \\ \times \exp \left(- \int d^d x d^d y \left[2i \xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right] \right)$$

$$O_r := \frac{O_f + O_b}{2} \quad O_a := O_f - O_b$$

補助場を導入してAdS/CFT辞書を利用

AdS/CFTの辞書

$$\int \mathcal{D}\varphi e^{iS_{\text{CFT}}[\partial M; \varphi] + i \int d^d x J(x) O_{\Delta}(x)} = \int \mathcal{D}\Phi e^{iS_{\text{AdS}}[M; \Phi]} \Big|_{\Phi \sim r^{\Delta-d} J}$$

$$Z = \int \mathcal{D}\phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{CFT}}[C_1; \phi] - i \int d^d x \chi_r(\xi_r - O_r) - i \int d^d x \chi_a(\xi_a - O_a) + i \int d^d x (J_f O_f + J_b O_b)} \\ \times \exp \left(- \int d^d x d^d y \left[2i \xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right] \right)$$

$$O_r := \frac{O_f + O_b}{2} \quad O_a := O_f - O_b$$

熱浴と結合したAdS/CFT：AdS側

環境積分を $\mathcal{O}(g^2)$ まで評価 (ψ が自由場だけなら厳密)

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

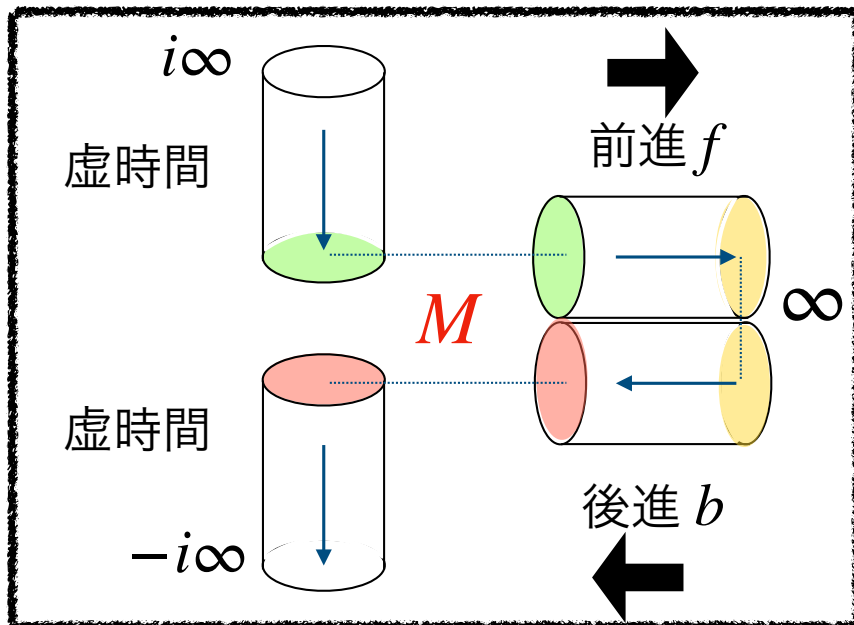
$$\Phi_{flb} \sim \left(J_{flb} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(\underbrace{2i\xi_a(x)G_R(x-y)\xi_r(y)}_{\text{熱浴遅延Green関数}} + \frac{1}{2} \underbrace{\xi_a(x)G_S(x-y)\xi_a(y)}_{\text{熱浴対称Green関数}} \right) \right]$$

散逸

揺動

※ φ の初期状態が真空の場合



揺動散逸定理

$$\tilde{G}_S(k) = -2 \coth \frac{k^0 \beta}{2} \text{Im } \tilde{G}_R(k)$$

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

高温極限：今回は地平面形成の検証のみ

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$
$$\Phi_{f/b} \sim \left(J_{f/b} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$
$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(2i\xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right) \right]$$

$$\tilde{G}_S(k) = -2 \coth \frac{k^0 \beta}{2} \text{Im } \tilde{G}_R(k)$$

高温極限：今回は地平面形成の検証のみ

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

$$\Phi_{flb} \sim \left(J_{flb} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(\cancel{2i\xi_a(x)G_R(x-y)\xi_r(y)} + \frac{1}{2}\xi_a(x)G_S(x-y)\xi_a(y) \right) \right]$$

以下、高温 $\beta \rightarrow 0$ の主要だけ見る

$\Rightarrow$ 散逸を無視

$$\tilde{G}_S(k) = -2 \coth \frac{k^0 \beta}{2} \text{Im } \tilde{G}_R(k)$$

高温極限：今回は地平面形成の検証のみ

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

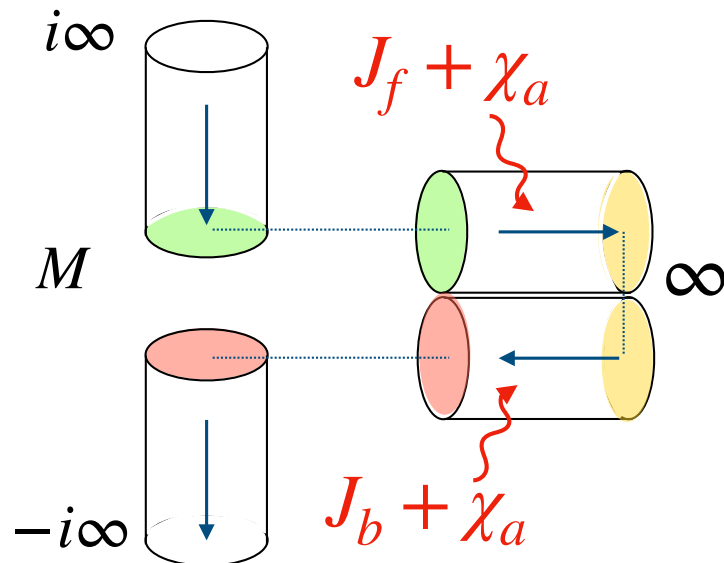
$$\Phi_{f/b} \sim \left(J_{f/b} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(2i\xi_a(x) \cancel{G_R(x-y)} \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right) \right]$$

以下、高温 $\beta \rightarrow 0$ の主要だけ見る

$\Rightarrow$ 散逸を無視

$$\tilde{G}_S(k) = -2 \coth \frac{k^0 \beta}{2} \text{Im } \tilde{G}_R(k)$$



$$Z = \int \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\chi_a e^{iS_{\text{AdS}}[M,\Phi] - \iint \chi_a G_S^{-1} \chi_a}$$

with $\Phi_{f/b} \sim (J_{f/b} + \chi_a) r^{\Delta-d}$

Markov極限で辞書の整合性を確認

2504.17320 (石井・竹田)

古典重力・高温・ $G_S(x-y) = T\delta(x-y)$

$$Z \simeq \int \mathcal{D}\chi_a e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi_{\text{cl}}]} \exp \left[-\frac{1}{2Tg^2} \int d^d x \chi_a(x)^2 \right]$$

$$\Phi_{f/b} \sim (J_{f/b} + \chi_a) r^{\Delta-d}$$

Markov極限で辞書の整合性を確認

2504.17320 (石井・竹田)

古典重力・高温・ $G_S(x-y) = T\delta(x-y)$

$$Z \simeq \int \mathcal{D}\chi_a e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi_{\text{cl}}]} \exp \left[-\frac{1}{2Tg^2} \int d^d x \chi_a(x)^2 \right] \quad \Phi_{f/b} \sim (J_{f/b} + \chi_a) r^{\Delta-d}$$

対応する境界CFTのマスター方程式：Lindblad型

$$\dot{\rho}(t) = -i[H_{\text{CFT}}, \rho(t)] - \frac{g^2 T}{2} \int d\vec{x} d\vec{y} [O(\vec{x}), [O(\vec{y}), \rho]]$$

Markov極限で辞書の整合性を確認

2504.17320 (石井・竹田)

古典重力・高温・ $G_S(x-y) = T\delta(x-y)$

$$Z \simeq \int \mathcal{D}\chi_a e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi_{\text{cl}}]} \exp \left[-\frac{1}{2Tg^2} \int d^d x \chi_a(x)^2 \right] \quad \Phi_{f/b} \sim (J_{f/b} + \chi_a) r^{\Delta-d}$$

対応する境界CFTのマスター方程式：Lindblad型

$$\dot{\rho}(t) = -i[H_{\text{CFT}}, \rho(t)] - \frac{g^2 T}{2} \int d\vec{x} d\vec{y} [O(\vec{x}), [O(\vec{y}), \rho]]$$

$\mathcal{O}(g^2)$ までの二点相関関数で整合性確認

バルク

g_{cl} : 純AdS₃

Φ_{cl} : プローブ自由スカラー

=

境界

Lindblad with $\rho(0) = |0\rangle\langle 0|$

O : 一般化自由場

Markov極限で辞書の整合性を確認

2504.17320 (石井・竹田)

古典重力・高温・ $G_S(x-y) = T\delta(x-y)$

$$Z \simeq \int \mathcal{D}\chi_a e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi_{\text{cl}}]} \exp \left[-\frac{1}{2Tg^2} \int d^d x \chi_a(x)^2 \right] \quad \Phi_{f/b} \sim (J_{f/b} + \chi_a) r^{\Delta-d}$$

対応する境界CFTのマスタ方程式：Lindblad型

$$\dot{\rho}(t) = -i[H_{\text{CFT}}, \rho(t)] - \frac{g^2 T}{2} \int d\vec{x} d\vec{y} [O(\vec{x}), [O(\vec{y}), \rho]]$$

$t_2 > t_1$ $\mathcal{O}(g^2)$ までの二点相関関数で整合性確認

$$\langle O(t_2, \theta_2) O(t_1, \theta_1) \rangle = F(t_2 - t_1, \theta_2 - \theta_1) \quad F(x) = \langle 0 | O(x) O(0) | 0 \rangle$$

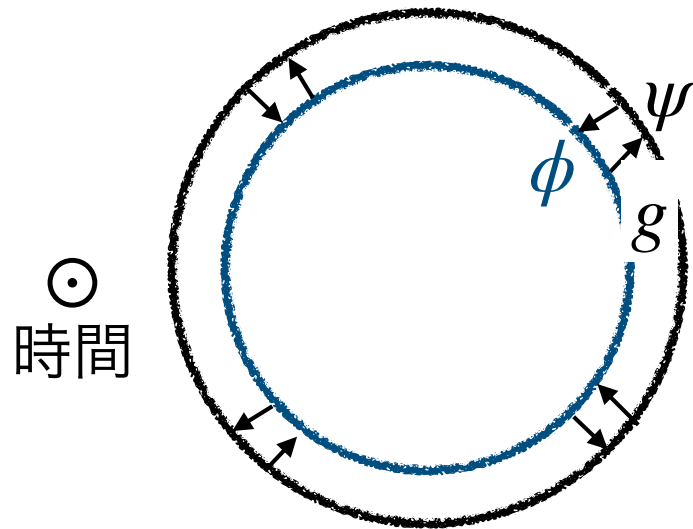
$$\begin{aligned} & -g^2 T \int_0^{t_1} dt \int d\theta [F(t_1 - t, \theta_1 - \theta) - F(t - t_1, \theta - \theta_1)] \\ & \times [F(t_2 - t, \theta_2 - \theta) - F(t - t_2, \theta - \theta_2)] \end{aligned}$$

まとめ：熱浴と結合したAdS/CFT

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

仮定：環境が高温Gibbs

$$S_{\text{bdy}} = S_{\text{CFT}}[\phi] + \int g \psi O[\phi] + S_{\text{env}}[\psi]$$



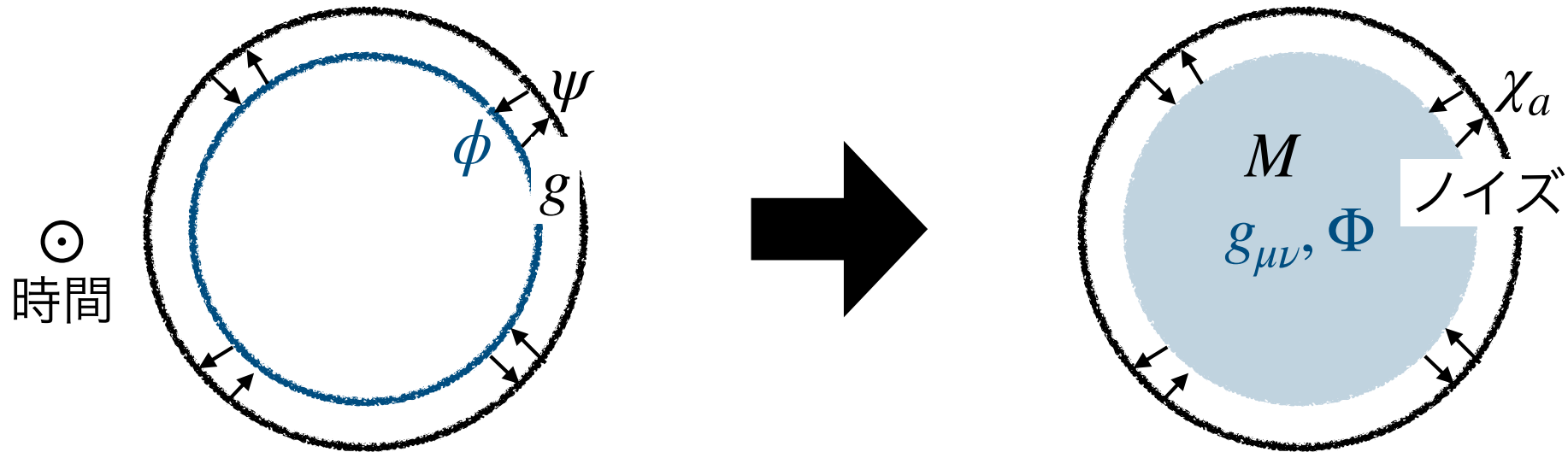
まとめ：熱浴と結合したAdS/CFT

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

仮定：環境が高温Gibbs

$$S_{\text{bdy}} = S_{\text{CFT}}[\phi] + \int g \psi O[\phi] + S_{\text{env}}[\psi]$$

$$\langle \chi_a(x) \chi_a(y) \rangle \sim G_S$$



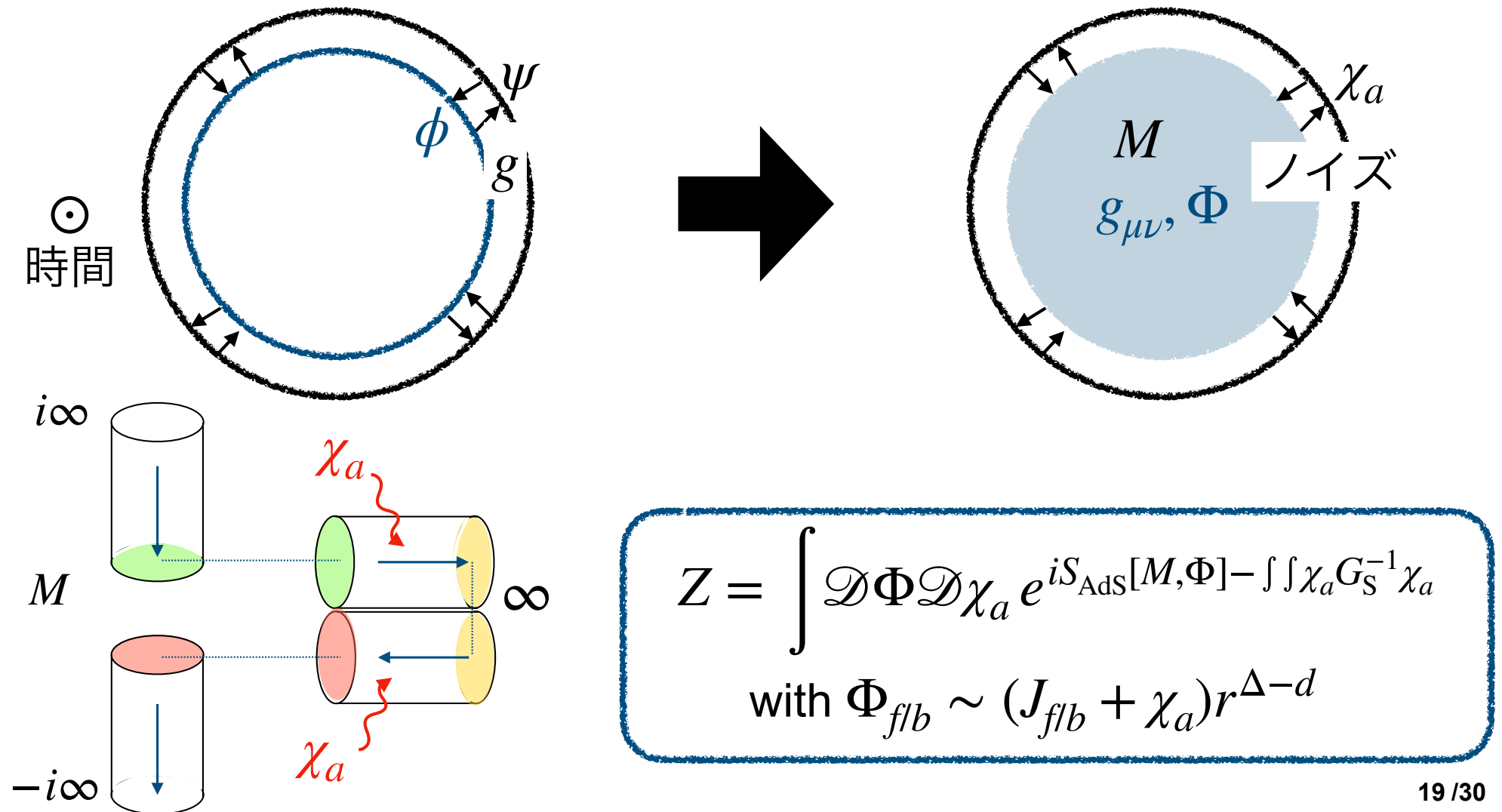
まとめ：熱浴と結合したAdS/CFT

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

仮定：環境が高温Gibbs

$$S_{\text{bdy}} = S_{\text{CFT}}[\phi] + \int g \psi O[\phi] + S_{\text{env}}[\psi]$$

$$\langle \chi_a(x) \chi_a(y) \rangle \sim G_S$$



開放重力系における地平面形成

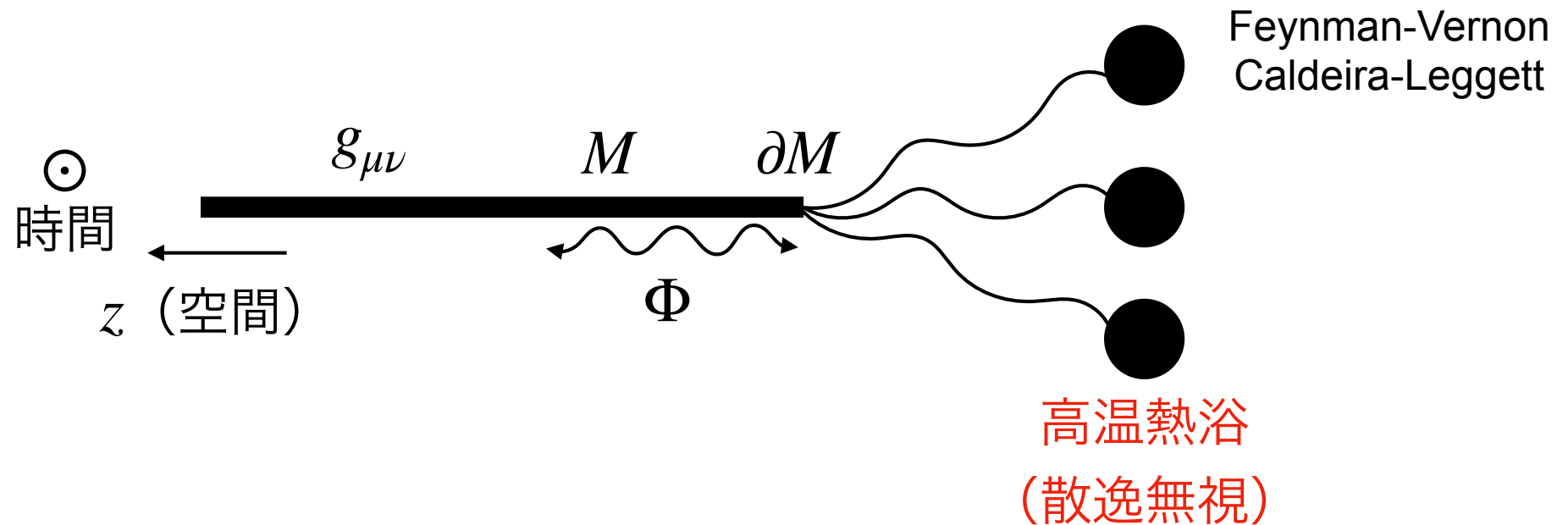
1. in-in形式のAdS/CFT
2. 開放量子系のAdS/CFT
重力系に境界からノイズ
3. JT重力で地平面形成を確認
4. 無毛定理・動的な脱毛定理を目指して

ブラックホール形成問題へ：JT重力

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

JT重力 + スカラー場
(1 + 1次元)

環境 ψ は 1次元量子論
非可算無限個の調和振動子



ブラックホール形成問題へ：JT重力

2605.14573 (足立・長谷川・石井・竹田)

JT重力 + スカラー場
(1 + 1次元)

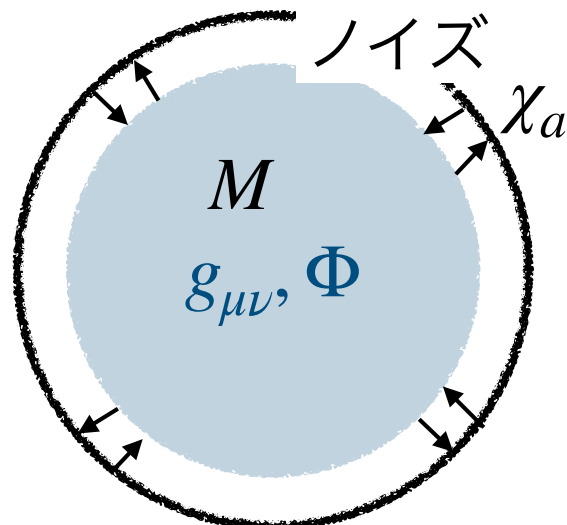


環境 ψ は 1次元量子論
非可算無限個の調和振動子

Feynman-Vernon
Caldeira-Leggett

高温熱浴
(散逸無視)

トレースアウト



の低次元版

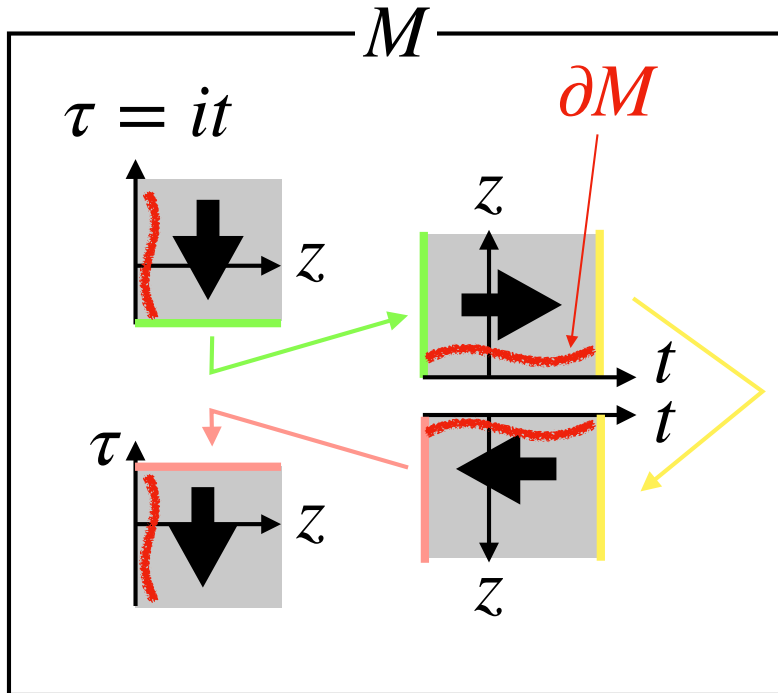
ブラックホール形成問題へ：JT重力

$$S_{\text{AdS}} := S_g[g_{\mu\nu}, \lambda] + S_m[g_{\mu\nu}, \Phi] + S_{\text{ct}}$$

$$S_g := -\frac{1}{16\pi G} \left[\int_M d^2x \sqrt{-g} \lambda (R + 2) + 2 \int_{\partial M} du \sqrt{-h} \lambda (K - 1) \right]$$

$$S_m := -\frac{1}{2} \int_M d^2x \sqrt{-g} (\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi^2)$$

$m^2 := \Delta(\Delta - 1)$



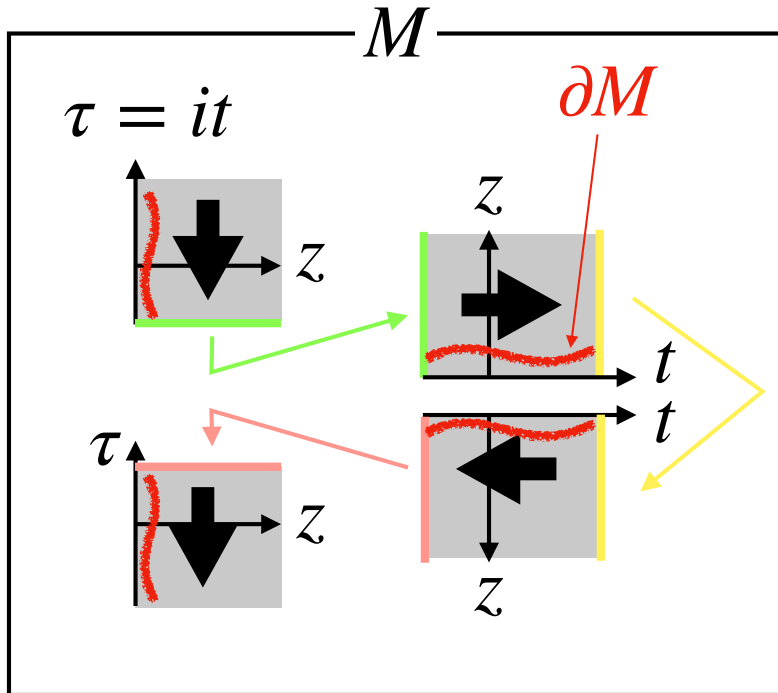
ブラックホール形成問題へ：JT重力

$$S_{\text{AdS}} := S_g[g_{\mu\nu}, \lambda] + S_m[g_{\mu\nu}, \Phi] + S_{\text{ct}}$$

$$S_g := -\frac{1}{16\pi G} \left[\int_M d^2x \sqrt{-g} \lambda (R + 2) + 2 \int_{\partial M} du \sqrt{-h} \lambda (K - 1) \right]$$

$$S_m := -\frac{1}{2} \int_M d^2x \sqrt{-g} (\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi^2)$$

$m^2 := \Delta(\Delta - 1)$



*高温（散逸無視）

$$Z = \int \mathcal{D}g \mathcal{D}\lambda \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\chi e^{iS_{\text{AdS}} - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi}$$

$$\Phi^{(f/b)}|_{\partial M} = \chi(u) \epsilon^{1-\Delta} \quad \lambda^{(f/b)}|_{\partial M} = \epsilon^{-1}$$

$$g_{\mu\nu}^{(f/b)}|_{\partial M} dx^\mu dx^\nu = -\epsilon^{-2} du^2$$

ブラックホール形成問題へ：JT重力

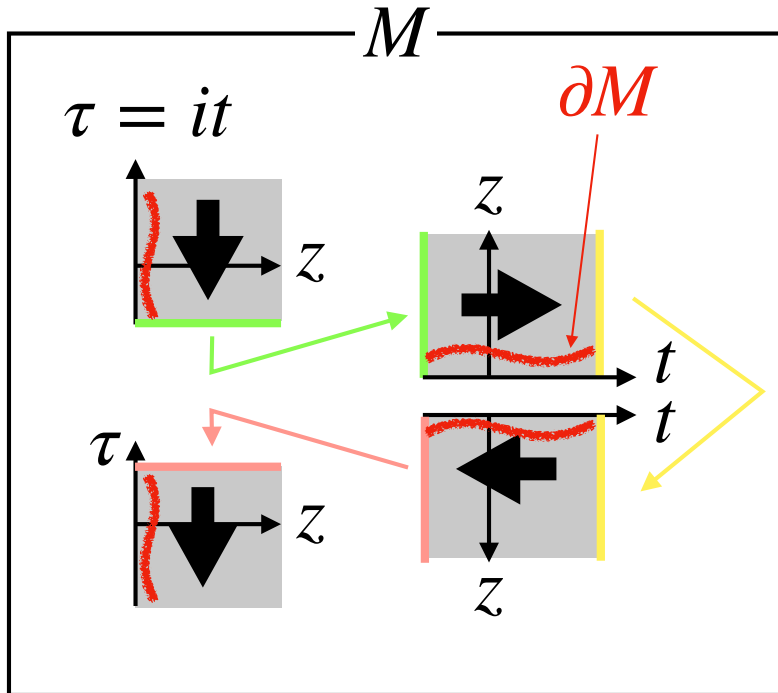
u : 境界時間

$$S_{\text{AdS}} := S_g[g_{\mu\nu}, \lambda] + S_m[g_{\mu\nu}, \Phi] + S_{\text{ct}}$$

$$S_g := -\frac{1}{16\pi G} \left[\int_M d^2x \sqrt{-g} \lambda (R + 2) + 2 \int_{\partial M} du \sqrt{-h} \lambda (K - 1) \right]$$

$$S_m := -\frac{1}{2} \int_M d^2x \sqrt{-g} (\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi^2)$$

$$m^2 := \Delta(\Delta - 1)$$



*高温 (散逸無視)

$$Z = \int \mathcal{D}g \mathcal{D}\lambda \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\chi e^{iS_{\text{AdS}} - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi}$$

$$\Phi^{(f/b)}|_{\partial M} = \chi(u) \epsilon^{1-\Delta} \quad \lambda^{(f/b)}|_{\partial M} = \epsilon^{-1}$$

$$g_{\mu\nu}^{(f/b)}|_{\partial M} dx^\mu dx^\nu = -\epsilon^{-2} du^2$$

ブラックホール形成問題へ：JT重力

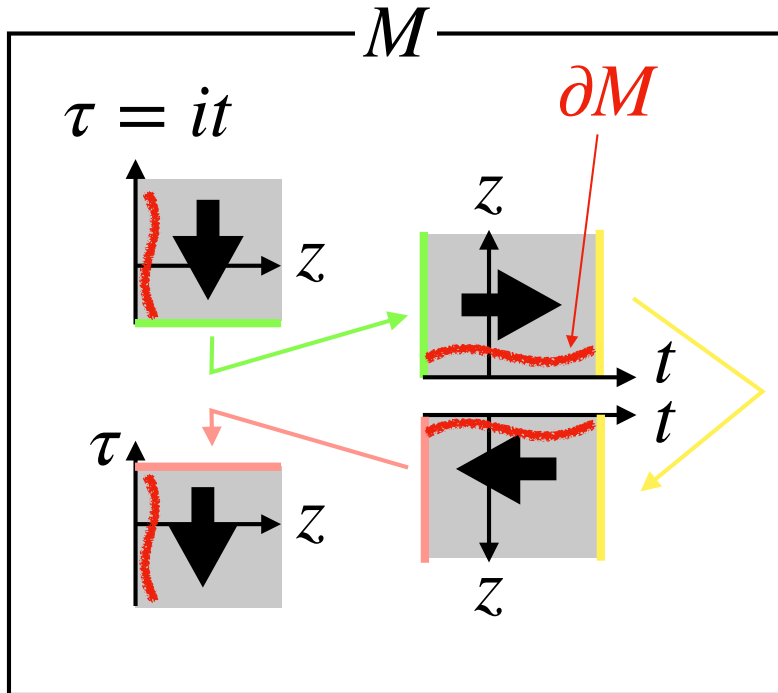
u : 境界時間

$$S_{\text{AdS}} := S_g[g_{\mu\nu}, \lambda] + S_m[g_{\mu\nu}, \Phi] + S_{\text{ct}}$$

$$S_g := -\frac{1}{16\pi G} \left[\int_M d^2x \sqrt{-g} \lambda (R + 2) + 2 \int_{\partial M} du \sqrt{-h} \lambda (K - 1) \right]$$

$$S_m := -\frac{1}{2} \int_M d^2x \sqrt{-g} (\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi^2)$$

$$m^2 := \Delta(\Delta - 1)$$



* 高温 (散逸無視)

$$Z = \int \mathcal{D}g \mathcal{D}\lambda \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\chi e^{iS_{\text{AdS}} - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi}$$

$$\Phi^{(f/b)}|_{\partial M} = \chi(u) \epsilon^{1-\Delta} \quad \lambda^{(f/b)}|_{\partial M} = \epsilon^{-1}$$

$$g_{\mu\nu}^{(f/b)}|_{\partial M} dx^\mu dx^\nu = -\epsilon^{-2} du^2$$

$$z(u) = \epsilon t'(u) + \mathcal{O}(\epsilon^3)$$

ブラックホール形成問題へ：JT重力

u : 境界時間

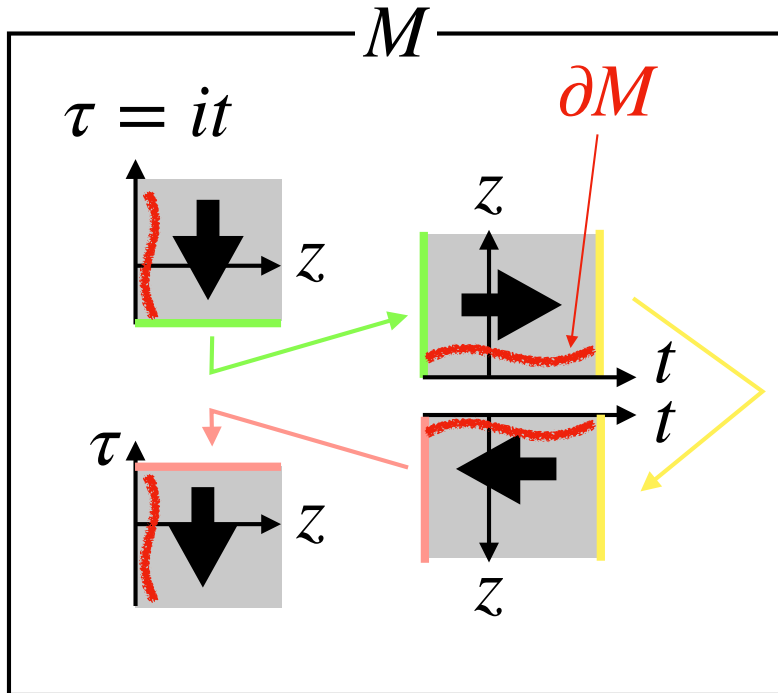
$$S_{\text{AdS}} := S_g[g_{\mu\nu}, \lambda] + S_m[g_{\mu\nu}, \Phi] + S_{\text{ct}}$$

$$S_g := -\frac{1}{16\pi G} \left[\int_M d^2x \sqrt{-g} \lambda (R + 2) + 2 \int_{\partial M} du \sqrt{-h} \lambda (K - 1) \right]$$

$$S_m := -\frac{1}{2} \int_M d^2x \sqrt{-g} (\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi^2)$$

$m^2 := \Delta(\Delta - 1)$

$\delta(R + 2) \text{ by } \mathcal{D}\phi \Rightarrow g_{\mu\nu}: \text{純AdS}_2$



* 高温 (散逸無視)

$$Z = \int \mathcal{D}g \mathcal{D}\lambda \mathcal{D}\Phi \mathcal{D}\chi e^{iS_{\text{AdS}} - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi}$$

$$\Phi^{(f/b)}|_{\partial M} = \chi(u) \epsilon^{1-\Delta} \quad \lambda^{(f/b)}|_{\partial M} = \epsilon^{-1}$$

$$g_{\mu\nu}^{(f/b)}|_{\partial M} dx^\mu dx^\nu = -\epsilon^{-2} du^2$$

$$z(u) = \epsilon t'(u) + \mathcal{O}(\epsilon^3)$$

積分実行： $\lambda \rightarrow g_{\mu\nu} \rightarrow \Phi \rightarrow \chi$
ディラトン スカラー場 ノイズ

積分実行： $\lambda \rightarrow g_{\mu\nu} \rightarrow \Phi \rightarrow \chi$
ディラトン スカラー場 ノイズ
計量がAdS₂

積分実行： $\lambda \rightarrow g_{\mu\nu} \rightarrow \Phi \rightarrow \chi$
 デイラトン スカラー場 ノイズ
 計量が AdS_2

$$Z = \int \mathcal{D}t e^{\frac{iS_{\text{Sch}}[t_f] - iS_{\text{Sch}}[t_b] + iW[t_f, t_b]}{\text{pure JT gravity}}} \quad S_{\text{Sch}}[t] := -\frac{1}{8\pi G} \int du \left(\frac{\ddot{t}}{\dot{t}} - \frac{3}{2} \left(\frac{\ddot{t}}{\dot{t}} \right)^2 \right)$$

$$e^{iW[t_f, t_b]} := \int \mathcal{D}\chi e^{iS_{m, \text{eff}}[t_f, t_b; \chi] - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi}$$

$$iS_{m, \text{eff}}[t_f, t_b; \lambda] \propto - \int_0^\infty du_1 \text{Pf} \int_0^\infty du_2 \lambda(u_1) \lambda(u_2) \\ \times \left[\frac{e^{-i\pi\Delta} (\dot{t}_f(u_1) \dot{t}_f(u_2))^\Delta}{|t_f(u_1) - t_f(u_2)|^{2\Delta}} + \dots \right]$$

積分実行： $\lambda \rightarrow g_{\mu\nu} \rightarrow \Phi \rightarrow \chi$
 デイラトン スカラー場 ノイズ
 計量がAdS₂

$$Z = \int \mathcal{D}t e^{\frac{iS_{\text{Sch}}[t_f] - iS_{\text{Sch}}[t_b] + iW[t_f, t_b]}{\text{pure JT gravity}}} \quad S_{\text{Sch}}[t] := -\frac{1}{8\pi G} \int du \left(\frac{\ddot{t}}{\dot{t}} - \frac{3}{2} \left(\frac{\ddot{t}}{\dot{t}} \right)^2 \right)$$

$$e^{iW[t_f, t_b]} := \int \mathcal{D}\chi e^{iS_{m, \text{eff}}[t_f, t_b; \chi] - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi} \quad \Phi \text{のEOMをAdS}_2 \text{上で解く}$$

$$iS_{m, \text{eff}}[t_f, t_b; \lambda] \propto - \int_0^\infty du_1 \text{Pf} \int_0^\infty du_2 \lambda(u_1) \lambda(u_2) \times \left[\frac{e^{-i\pi\Delta} (\dot{t}_f(u_1) \dot{t}_f(u_2))^\Delta}{|t_f(u_1) - t_f(u_2)|^{2\Delta}} + \dots \right]$$

積分実行： $\lambda \rightarrow g_{\mu\nu} \rightarrow \Phi \rightarrow \chi$
 デイラトン スカラー場 ノイズ
 計量がAdS₂

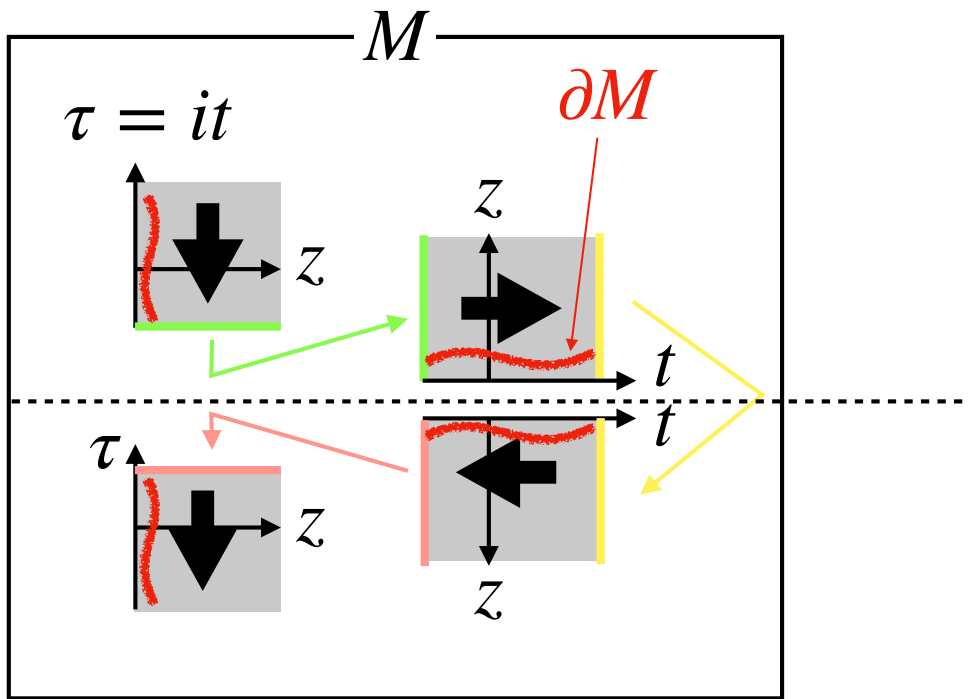
$$Z = \int \mathcal{D}t e^{\frac{iS_{\text{Sch}}[t_f] - iS_{\text{Sch}}[t_b] + iW[t_f, t_b]}{\text{pure JT gravity}}} \quad S_{\text{Sch}}[t] := -\frac{1}{8\pi G} \int du \left(\frac{\ddot{t}}{\dot{t}} - \frac{3}{2} \left(\frac{\ddot{t}}{\dot{t}} \right)^2 \right)$$

$$e^{iW[t_f, t_b]} := \int \mathcal{D}\chi e^{iS_{m, \text{eff}}[t_f, t_b; \chi] - \frac{1}{2} \iint \chi G_S^{-1} \chi} \quad \Phi \text{のEOMをAdS}_2 \text{上で解く}$$

$$iS_{m, \text{eff}}[t_f, t_b; \lambda] \propto - \int_0^\infty du_1 \text{Pf} \int_0^\infty du_2 \lambda(u_1) \lambda(u_2) \times \left[\frac{e^{-i\pi\Delta} (\dot{t}_f(u_1) \dot{t}_f(u_2))^\Delta}{|t_f(u_1) - t_f(u_2)|^{2\Delta}} + \dots \right]$$

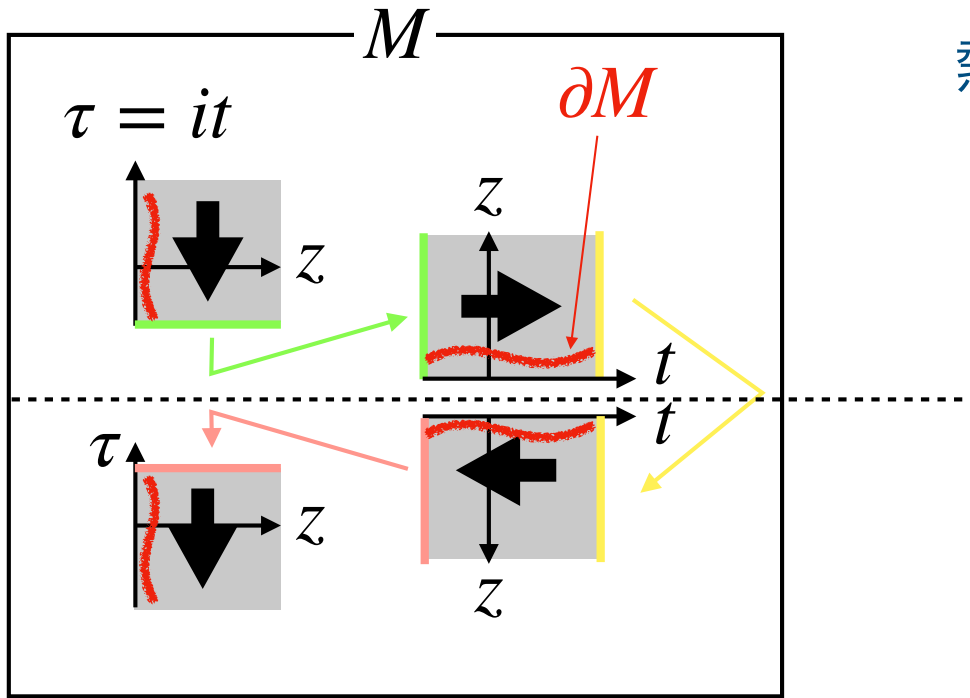
埋め込み $t(u)$ だけの理論に帰着

埋め込み $t(u)$ のEOM



作業仮設: $\tau(u_E) = u_E$, $t_f(u) = t_b(u)$

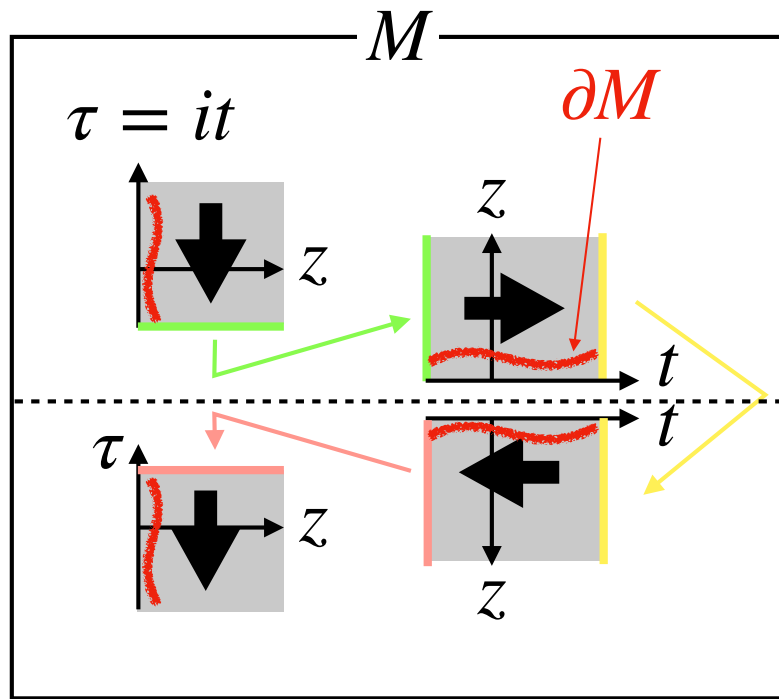
埋め込み $t(u)$ のEOM



熱浴接触前は ∂M が真っ直ぐ (真空)

作業仮設: $\tau(u_E) = u_E$, $t_f(u) = t_b(u)$

埋め込み $t(u)$ のEOM

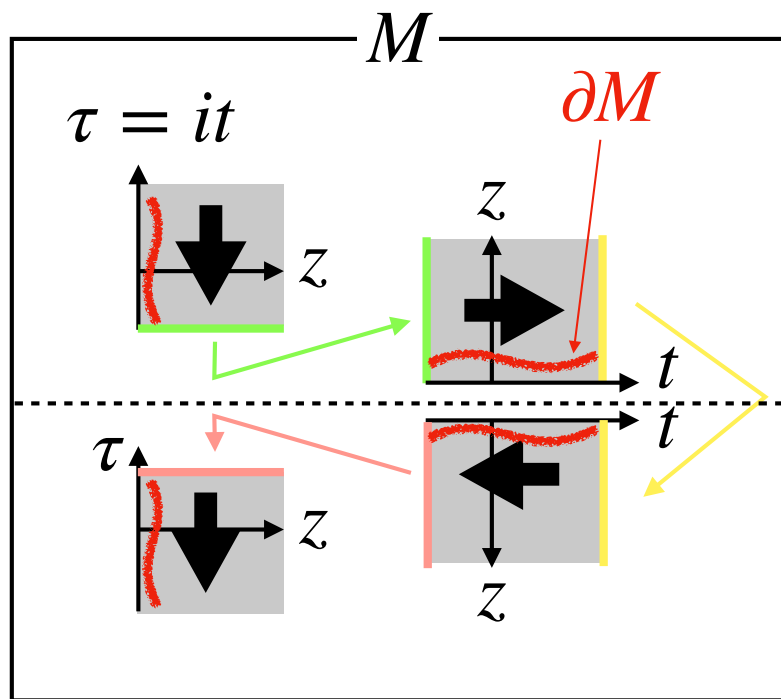


熱浴接触前は ∂M が真っ直ぐ (真空)

作業仮設: $\tau(u_E) = u_E$, $t_f(u) = t_b(u)$

$\mathbb{Z}_2$ 対称性

埋め込み $t(u)$ のEOM



熱浴接触前は ∂M が真っ直ぐ (真空)

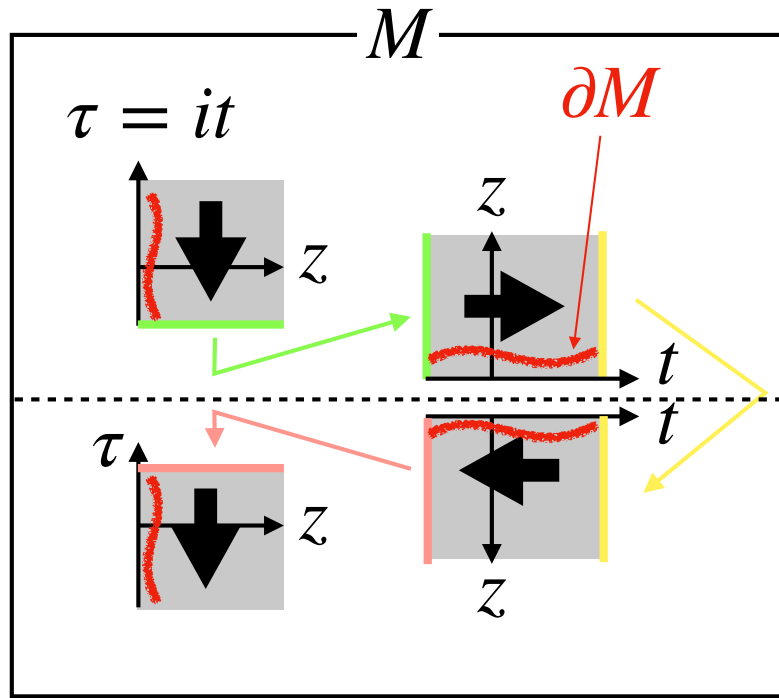
作業仮設: $\tau(u_E) = u_E$, $t_f(u) = t_b(u)$

$\mathbb{Z}_2$ 対称性

$$\mathcal{N}(u, u') := g(u)g(u')G_S(u - u')$$

$$\frac{1}{\dot{t}(u)} \frac{d}{du} \left[\frac{\ddot{t}(u)}{\dot{t}(u)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\ddot{t}(u)}{\dot{t}(u)} \right)^2 \right] = \text{Pf} \int du' \left[\frac{2\Delta(\dot{t}(u)\dot{t}(u'))^\Delta}{|t(u) - t(u')|^{2\Delta+1}} \mathcal{N}(u, u') + \dots \right]$$

埋め込み $t(u)$ のEOM



熱浴接触前は ∂M が真っ直ぐ (真空)

作業仮設: $\tau(u_E) = u_E$, $t_f(u) = t_b(u)$

$\mathbb{Z}_2$ 対称性

$$\mathcal{N}(u, u') := g(u)g(u')G_S(u - u')$$

$$\frac{1}{\dot{t}(u)} \frac{d}{du} \left[\frac{\ddot{t}(u)}{\dot{t}(u)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\ddot{t}(u)}{\dot{t}(u)} \right)^2 \right] = \text{Pf} \int du' \left[\frac{2\Delta(\dot{t}(u)\dot{t}(u'))^\Delta}{|t(u) - t(u')|^{2\Delta+1}} \mathcal{N}(u, u') + \dots \right]$$

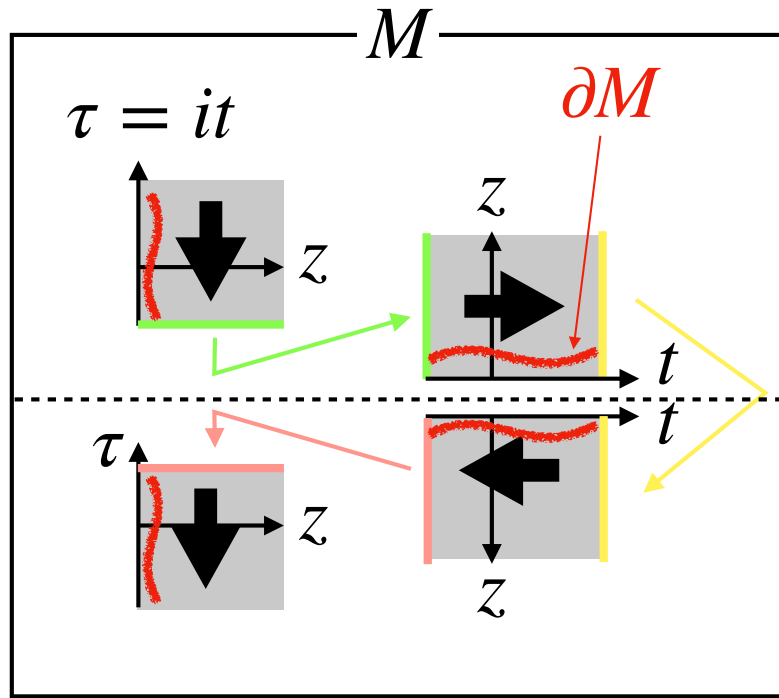
系と熱浴の結合は時間依存

ノイズ (Caldeira-Leggettで実現可能)

$$g(u) = \begin{cases} u^3(1-u)^3 & u \in [0,1] \\ 0 & u \notin [0,1] \end{cases}$$

$$G_S(u) = \frac{\epsilon}{\pi} \frac{1}{\epsilon^2 + u^2}$$

埋め込み $t(u)$ のEOM



熱浴接触前は ∂M が真っ直ぐ (真空)

作業仮設: $\tau(u_E) = u_E$, $t_f(u) = t_b(u)$

$\mathbb{Z}_2$ 対称性

$$\mathcal{N}(u, u') := g(u)g(u')G_S(u - u')$$

$$\frac{1}{\dot{t}(u)} \frac{d}{du} \left[\frac{\ddot{t}(u)}{\dot{t}(u)} - \frac{3}{2} \left(\frac{\ddot{t}(u)}{\dot{t}(u)} \right)^2 \right] = \text{Pf} \int du' \left[\frac{2\Delta(\dot{t}(u)\dot{t}(u'))^\Delta}{|t(u) - t(u')|^{2\Delta+1}} \mathcal{N}(u, u') + \dots \right]$$

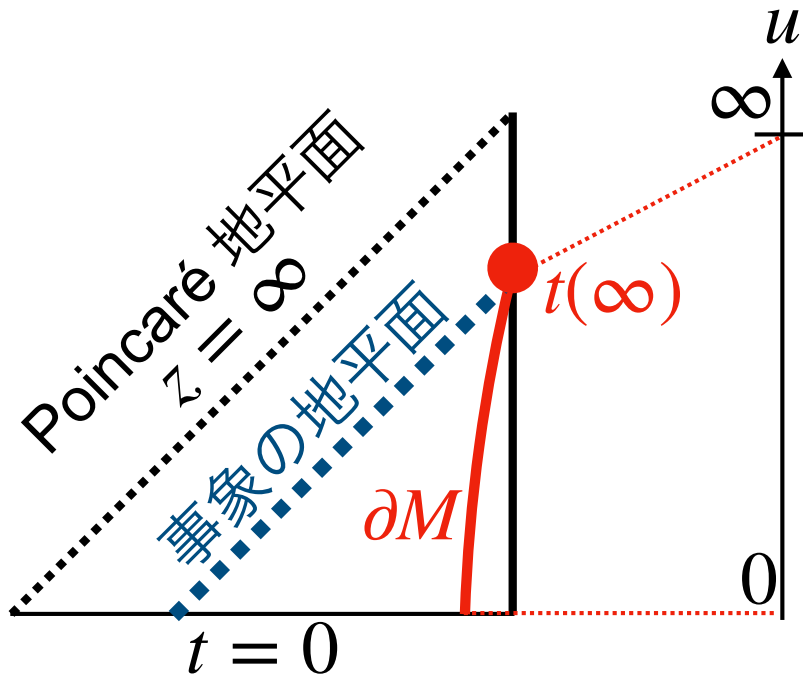
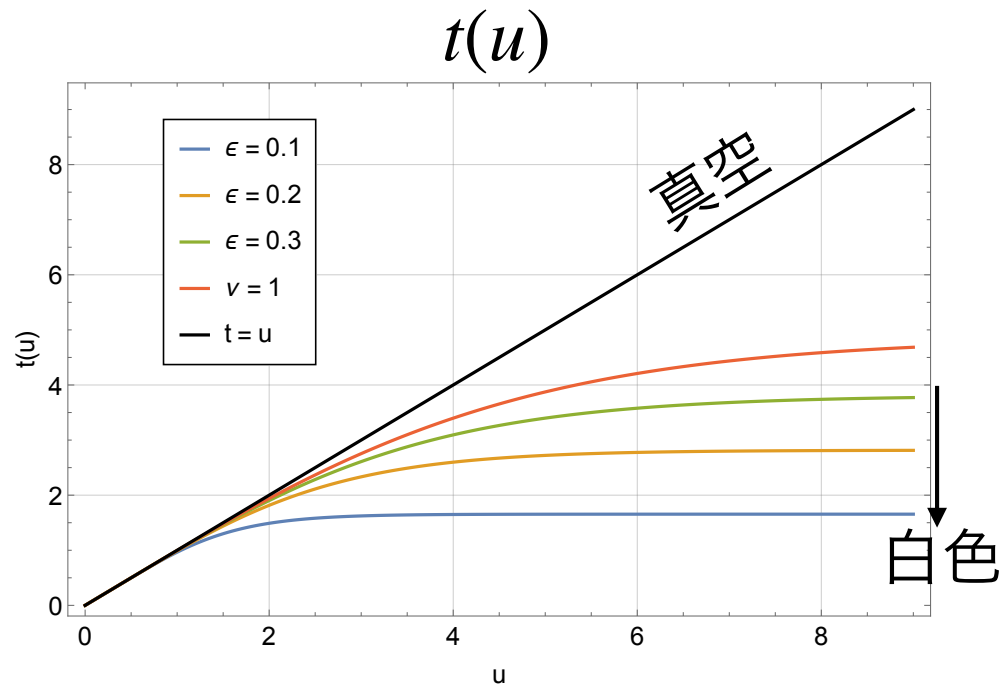
系と熱浴の結合は時間依存

ノイズ (Caldeira-Leggettで実現可能)

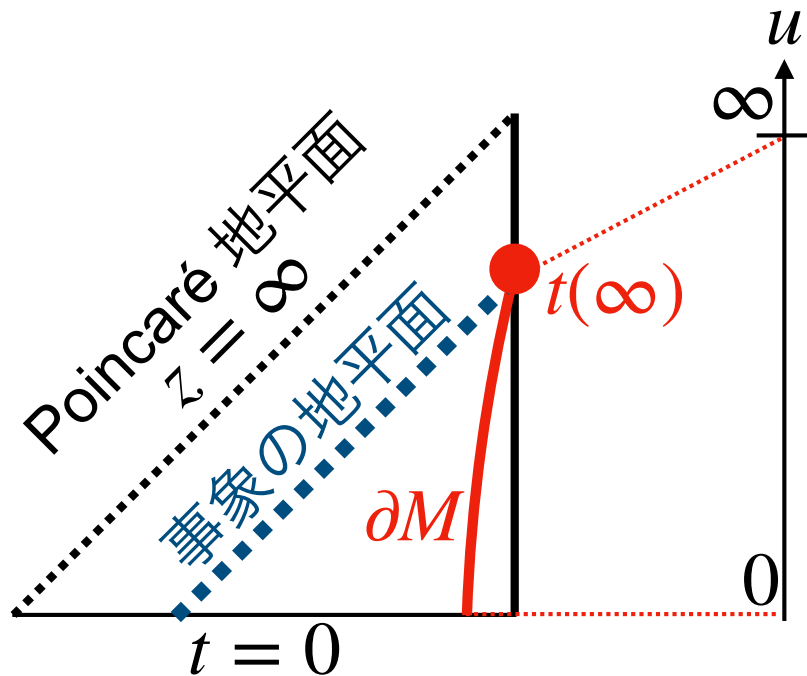
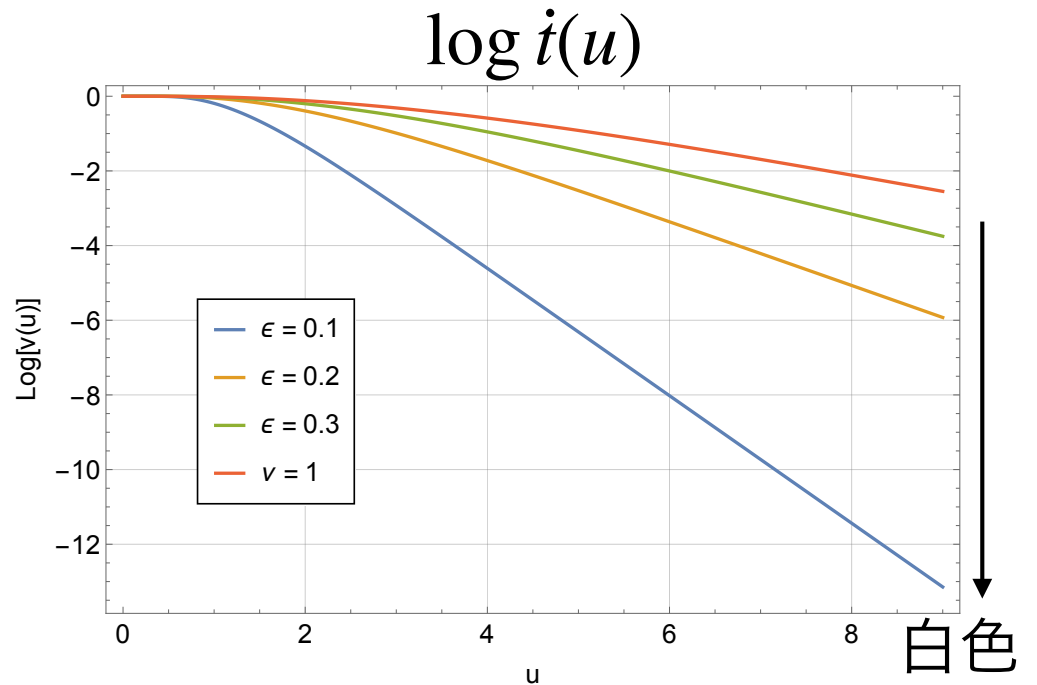
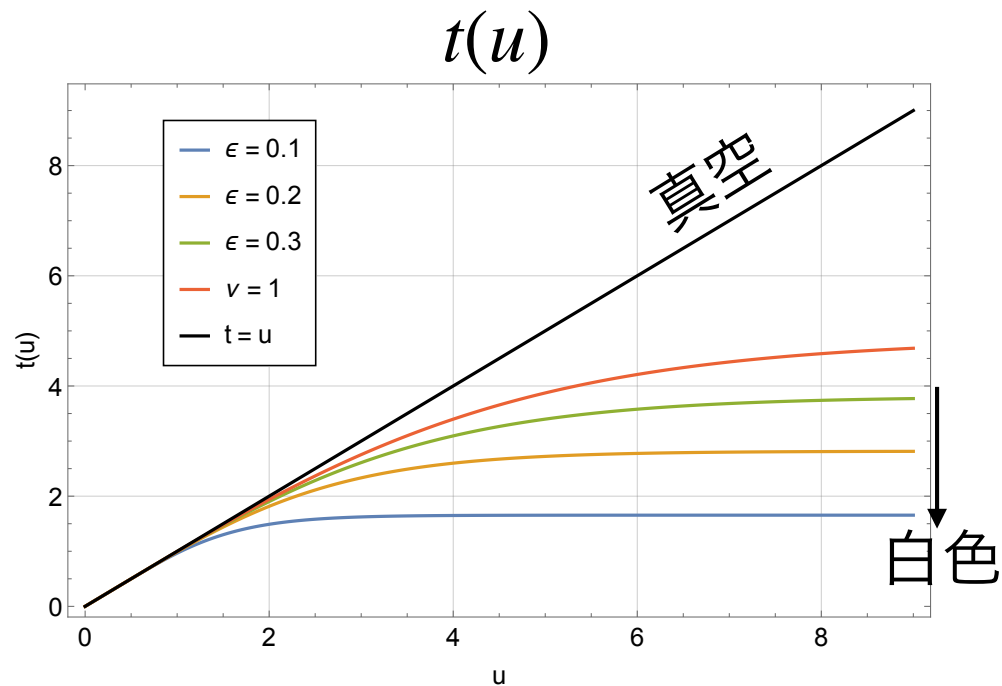
$$g(u) = \begin{cases} u^3(1-u)^3 & u \in [0,1] \\ 0 & u \notin [0,1] \end{cases}$$

$$G_S(u) = \frac{\epsilon}{\pi} \frac{1}{\epsilon^2 + u^2} \xrightarrow{\epsilon \rightarrow +0} \delta(u)$$

地平面形成を確認



地平面形成を確認



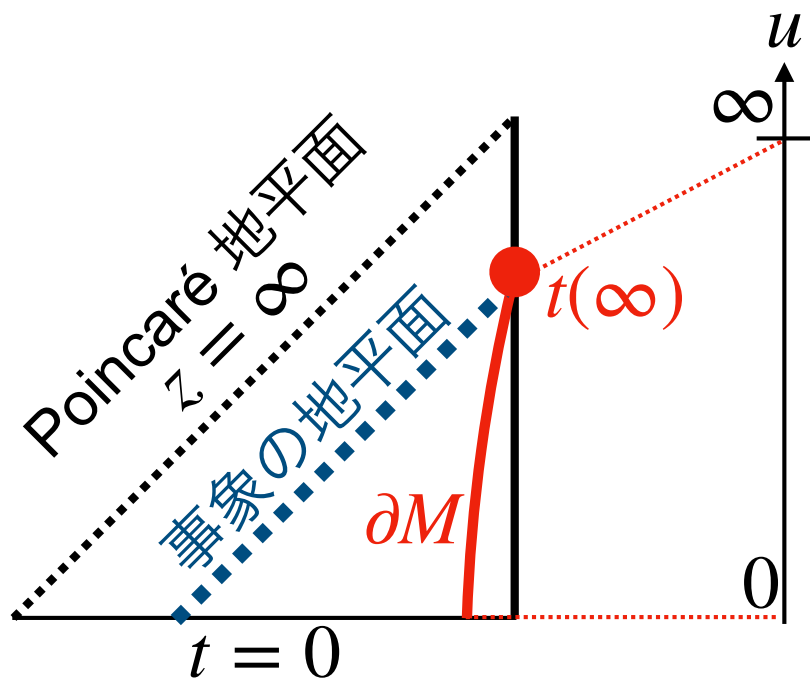
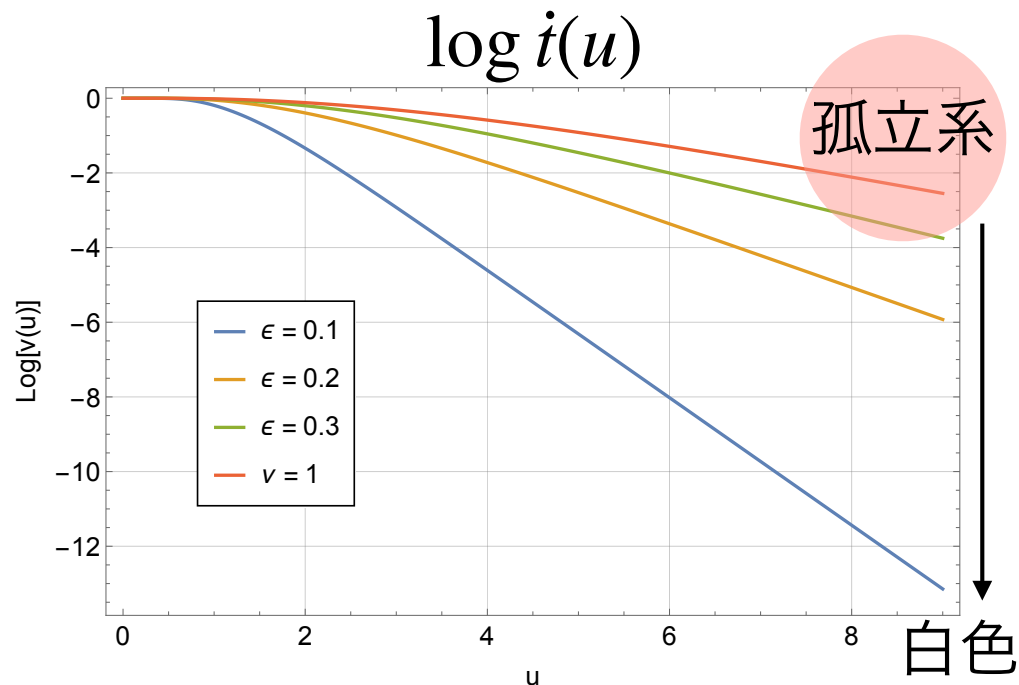
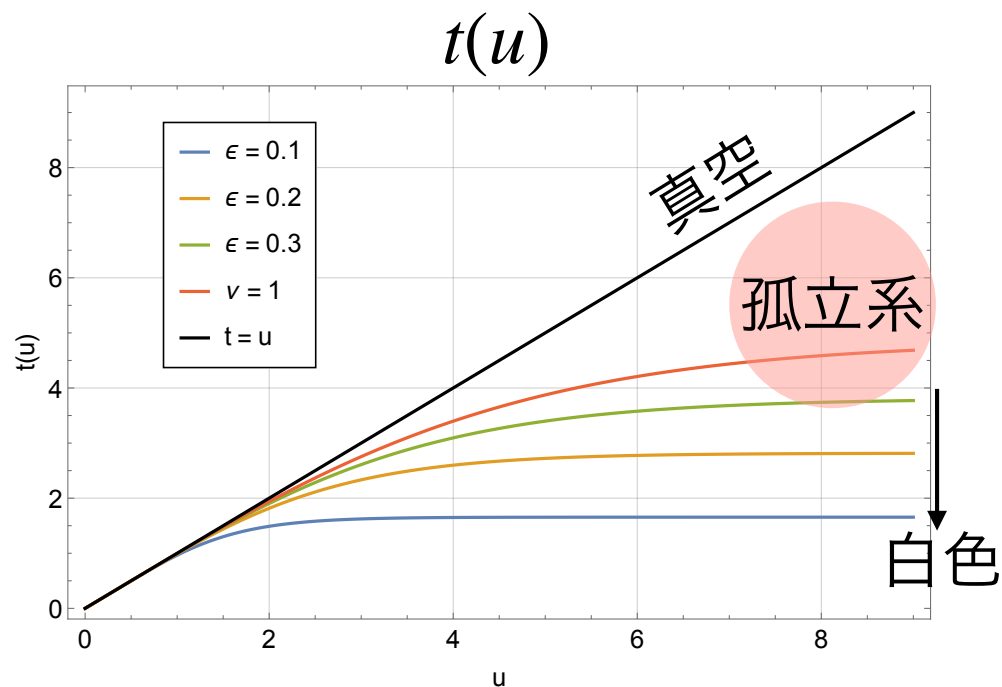
AdS₂の定常 "ブラックホール" 解

$$t(u) = \frac{\beta}{\pi} \tanh \left(\frac{\pi}{\beta} u \right)$$

$$\sim \frac{\beta}{\pi} \left(1 - 2e^{-2\pi u/\beta} \right)$$

$(u \rightarrow \infty)$

地平面形成を確認



AdS₂の定常 "ブラックホール" 解

$$t(u) = \frac{\beta}{\pi} \tanh \left(\frac{\pi}{\beta} u \right)$$

$$\sim \frac{\beta}{\pi} (1 - 2e^{-2\pi u/\beta})$$

($u \rightarrow \infty$)

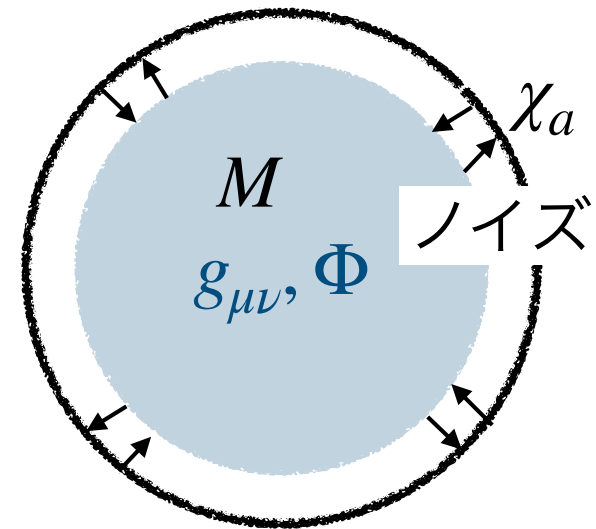
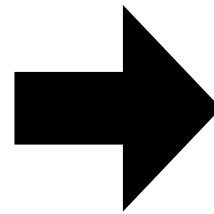
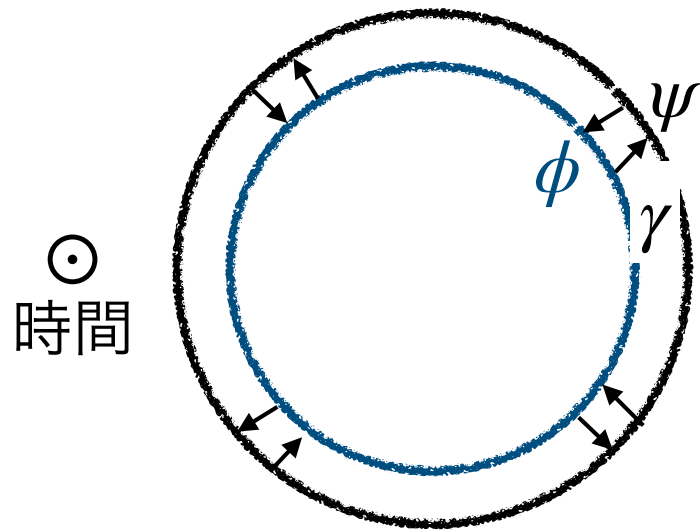
開放重力系における地平面形成

1. in-in形式のAdS/CFT
2. 開放量子系のAdS/CFT
重力系に境界からノイズ
3. JT重力で地平面形成を確認
4. 無毛定理・動的な脱毛定理を目指して

まとめ：開放系でのブラックホール形成

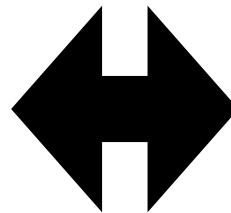
$$S_{\text{bdy}} = S_{\text{CFT}}[\phi] + \int g \psi O[\phi] + S_{\text{env}}[\psi]$$

$$\langle \chi_a(x) \chi_a(y) \rangle \sim G_S$$



予想

$$|0\rangle\langle 0| \mapsto \rho_{\text{ss}}$$

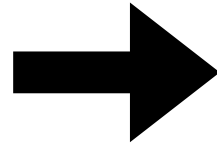


ブラックホール
の動的な形成

* 熱浴が低温でない限り

有限温度で散逸を残す

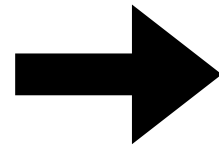
散逸を無視した解析：熱浴からのキック（揺動）のみ



エネルギーが溜まっていく一方
定常化しない

有限温度で散逸を残す

散逸を無視した解析：熱浴からのキック（揺動）のみ

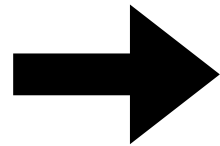


エネルギーが溜まっていく一方
定常化しない

$$Z = \int \mathbb{D}g \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$
$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(\overset{\text{定常化に必須}}{2i\xi_a(x)G_R(x-y)\xi_r(y)} + \frac{1}{2}\xi_a(x)G_S(x-y)\xi_a(y) \right) \right]$$

有限温度で散逸を残す

散逸を無視した解析：熱浴からのキック（揺動）のみ

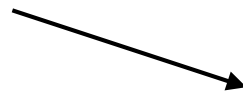


エネルギーが溜まっていく一方
定常化しない

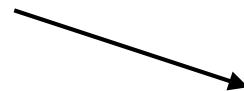
$$Z = \int \mathbb{D}g \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$
$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(\overset{\text{定常化に必須}}{2i\xi_a(x)G_R(x-y)\xi_r(y)} + \frac{1}{2}\xi_a(x)G_S(x-y)\xi_a(y) \right) \right]$$

例：古典Brown運動

$$\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \chi(t), \quad \langle \chi(t)\chi(t') \rangle \sim \gamma T \delta(t - t')$$



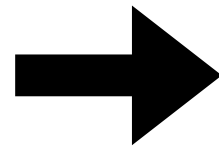
散逸



キック

有限温度で散逸を残す

散逸を無視した解析：熱浴からのキック（揺動）のみ



エネルギーが溜まっていく一方
定常化しない

$$Z = \int \mathbb{D}g \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(\overset{\text{定常化に必須}}{2i\xi_a(x)G_R(x-y)\xi_r(y)} + \frac{1}{2}\xi_a(x)G_S(x-y)\xi_a(y) \right) \right]$$

例：古典Brown運動

$$\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = \chi(t), \quad \langle \chi(t)\chi(t') \rangle \sim \gamma T \delta(t - t')$$

散逸

キック

課題：遅延Green関数を残してEOM解析

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$
$$\Phi_{flb} \sim \left(J_{flb} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$
$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(2i\xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right) \right]$$

足立・石井・竹田・世田（進行中）

課題：遅延Green関数を残してEOM解析

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

$$\Phi_{flb} \sim \left(J_{flb} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(2i\xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right) \right]$$

足立・石井・竹田・世田（進行中）

作戦：先にノイズを積分して有効理論を作る

ノイズ依存の参照場
(境界条件を満たす)

$$\Phi_{flb} := \Phi_{flb}^{(\text{ref})}[\chi] + \delta\Phi_{flb}$$

力学変数
(EOMに現れる)

課題：遅延Green関数を残してEOM解析

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

$$\Phi_{flb} \sim \left(J_{flb} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(2i\xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right) \right]$$

足立・石井・竹田・世田（進行中）

作戦：先にノイズを積分して有効理論を作る

ノイズ依存の参照場
(境界条件を満たす)

$$\Phi_{flb} := \Phi_{flb}^{(\text{ref})}[\chi] + \delta\Phi_{flb}$$

力学変数
(EOMに現れる)

➡ $\delta\Phi, g_{\mu\nu}$ の有効理論

課題：遅延Green関数を残してEOM解析

$$Z = \int \mathbb{D}\Phi \mathcal{D}\chi \mathcal{D}\xi e^{iS_{\text{AdS}}[M;\Phi] - i \int (\chi_r \xi_r + \chi_a \xi_a)}$$

$$\Phi_{flb} \sim \left(J_{flb} + \chi_a \pm \frac{\chi_r}{2} \right) r^{\Delta-d}$$

$$\times \exp \left[-g^2 \iint \left(2i\xi_a(x) G_R(x-y) \xi_r(y) + \frac{1}{2} \xi_a(x) G_S(x-y) \xi_a(y) \right) \right]$$

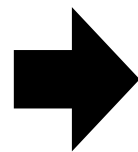
足立・石井・竹田・世田（進行中）

作戦：先にノイズを積分して有効理論を作る

ノイズ依存の参照場
(境界条件を満たす)

$$\Phi_{flb} := \Phi_{flb}^{(\text{ref})}[\chi] + \delta\Phi_{flb}$$

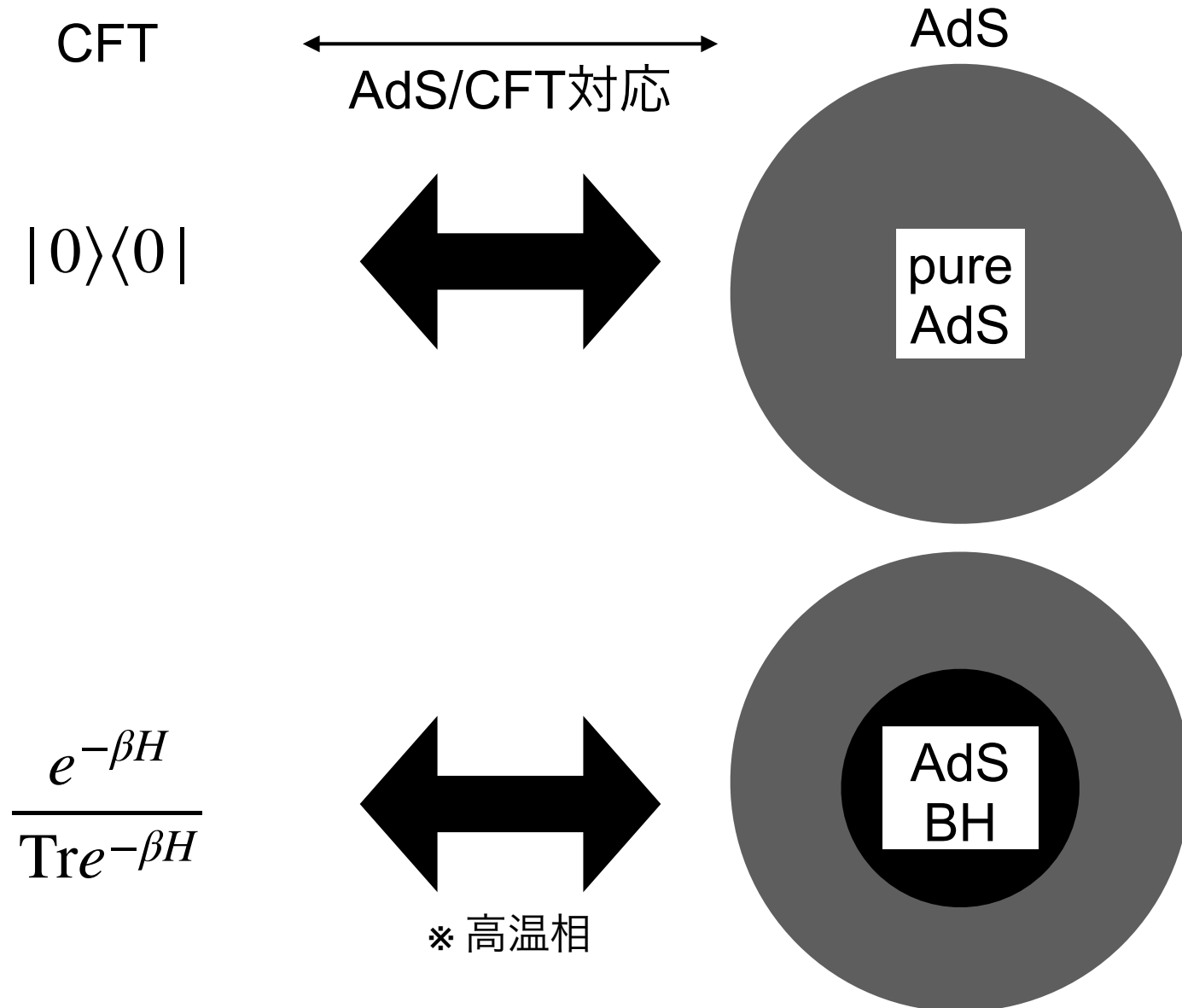
力学変数
(EOMに現れる)



$\delta\Phi, g_{\mu\nu}$ の有効理論

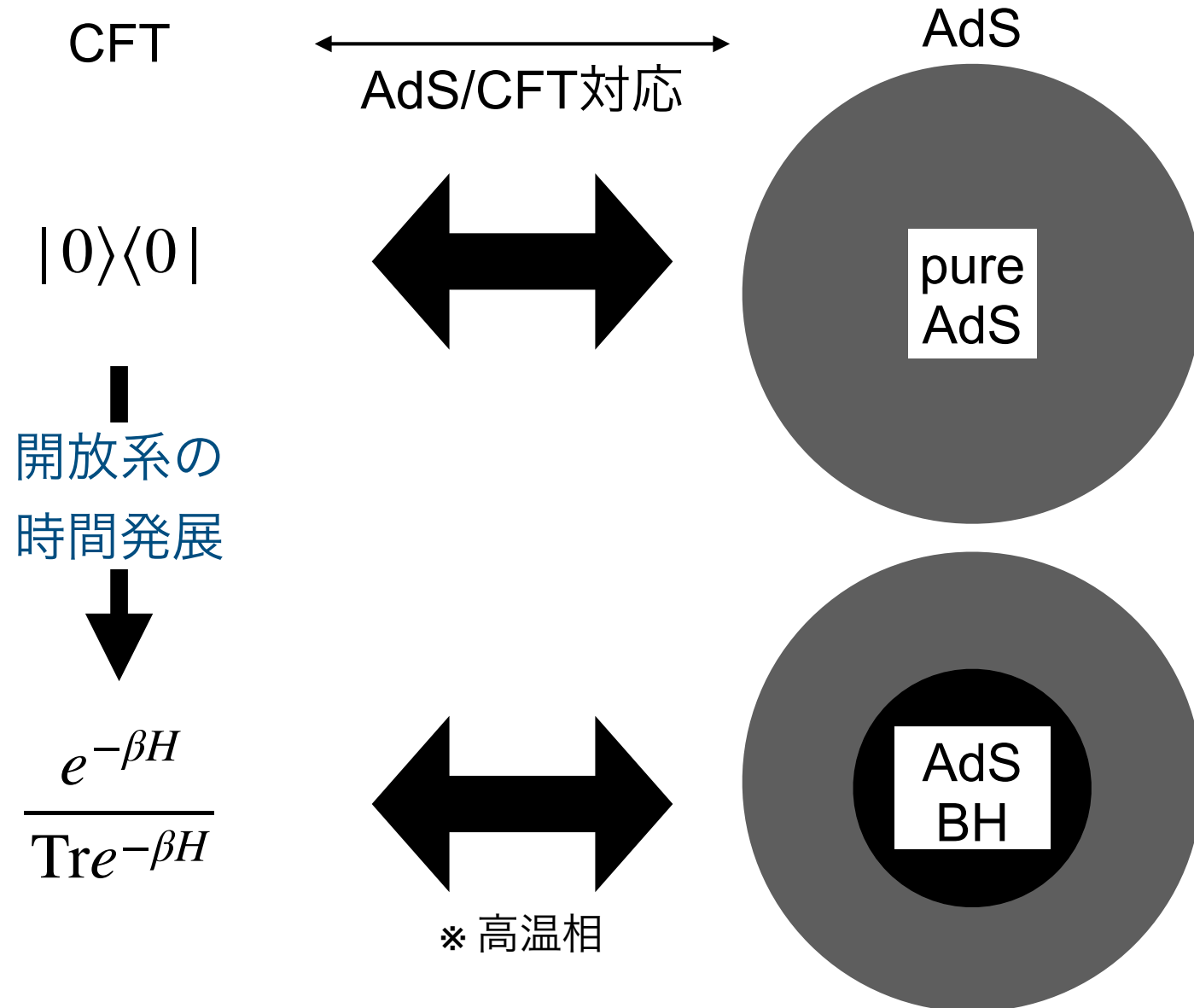
- 不動点の解析：無毛定理で温度にも制限？CFTの定常状態との対応？
- 時間発展の解析：脱毛化が見える？CFTのマスター方程式との対応？

開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成



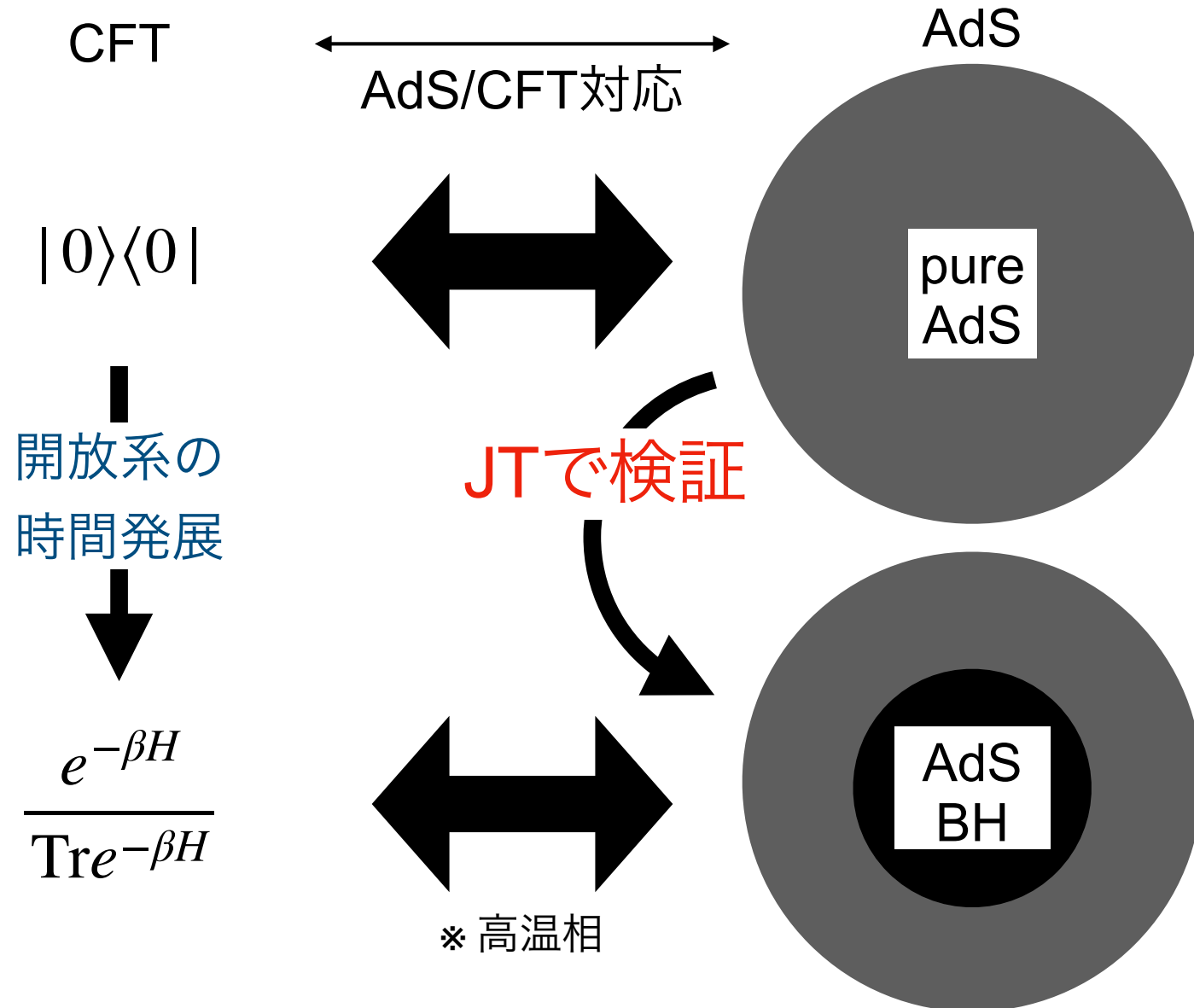
開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成

熱浴を使って、CFTを熱平衡化できたとしたら？



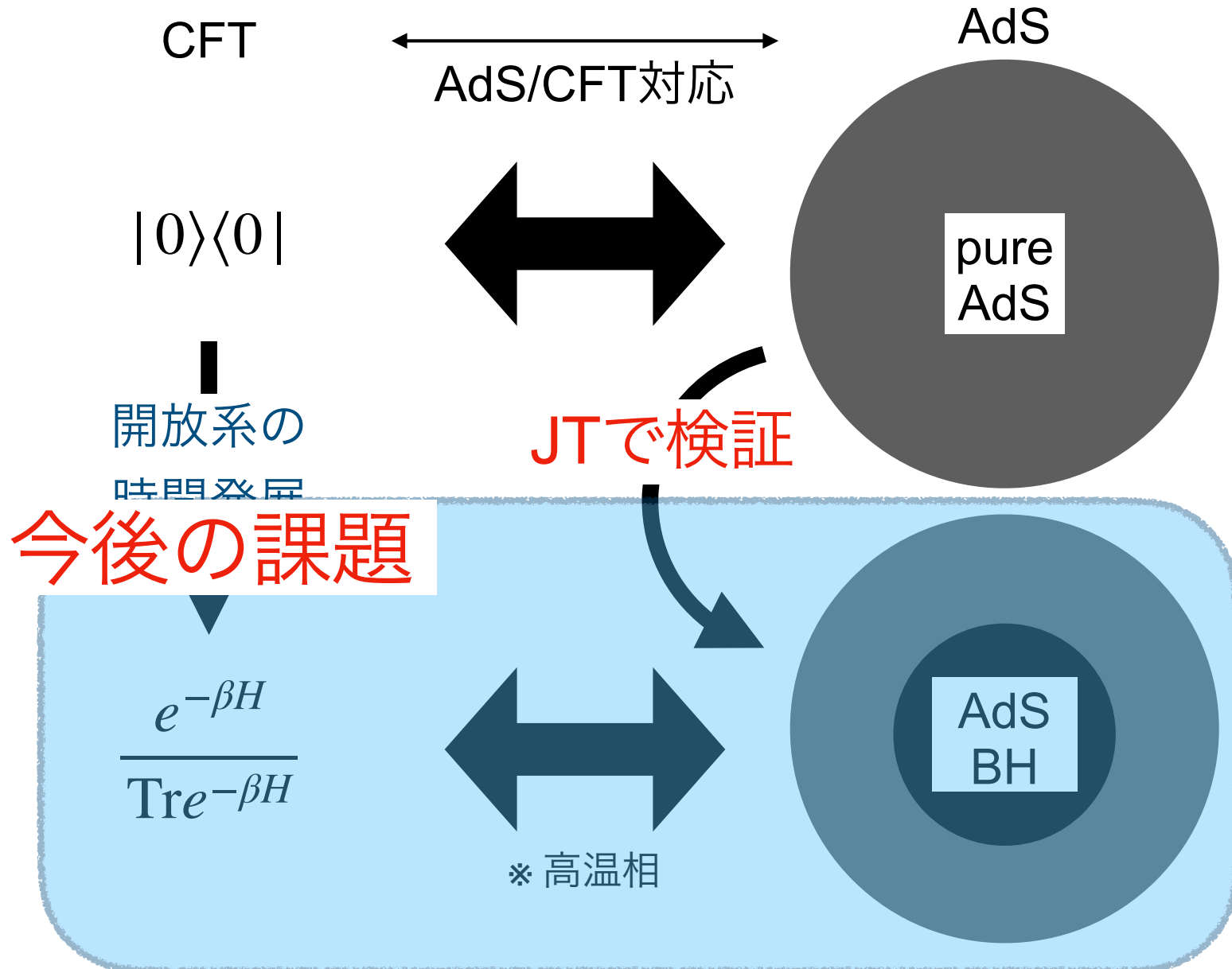
開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成

熱浴を使って、CFTを熱平衡化できたとしたら？



開放量子系 $|\psi\rangle \mapsto \rho_{\text{mix}}$ vs BH形成

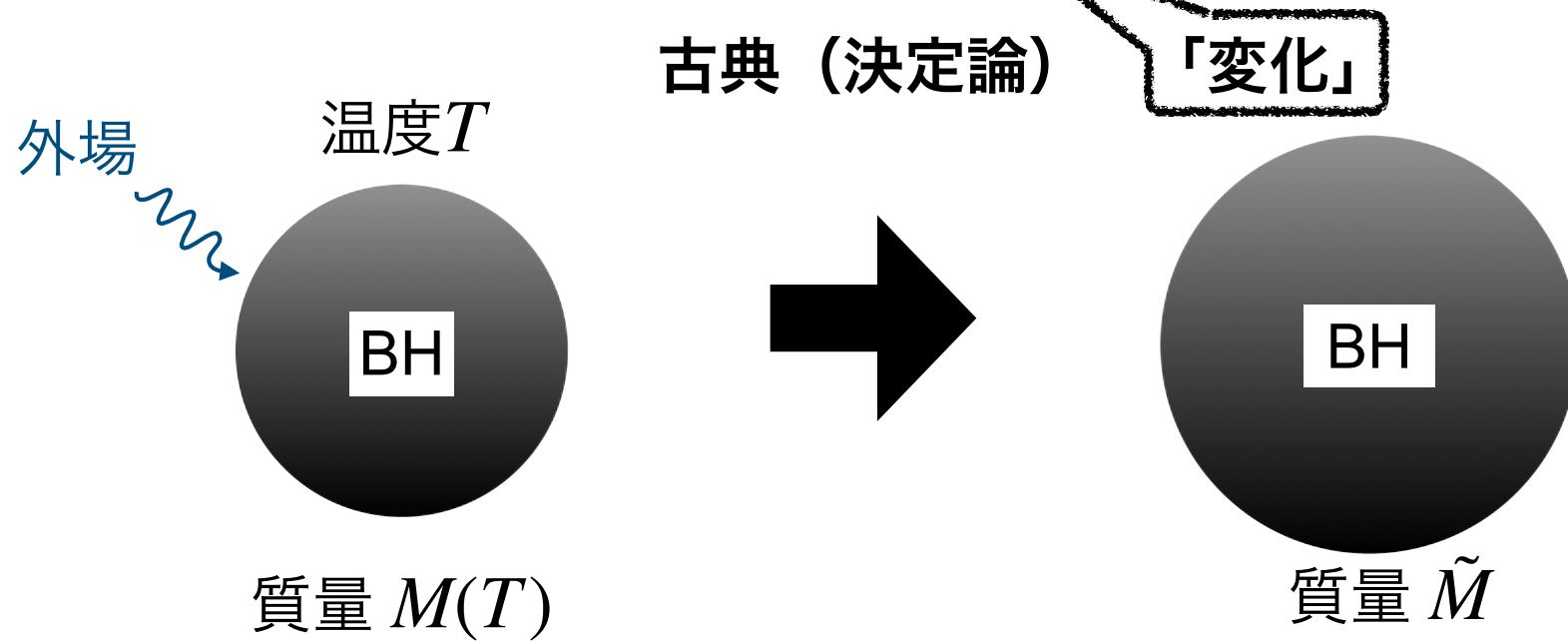
熱浴を使って、CFTを熱平衡化できたとしたら？



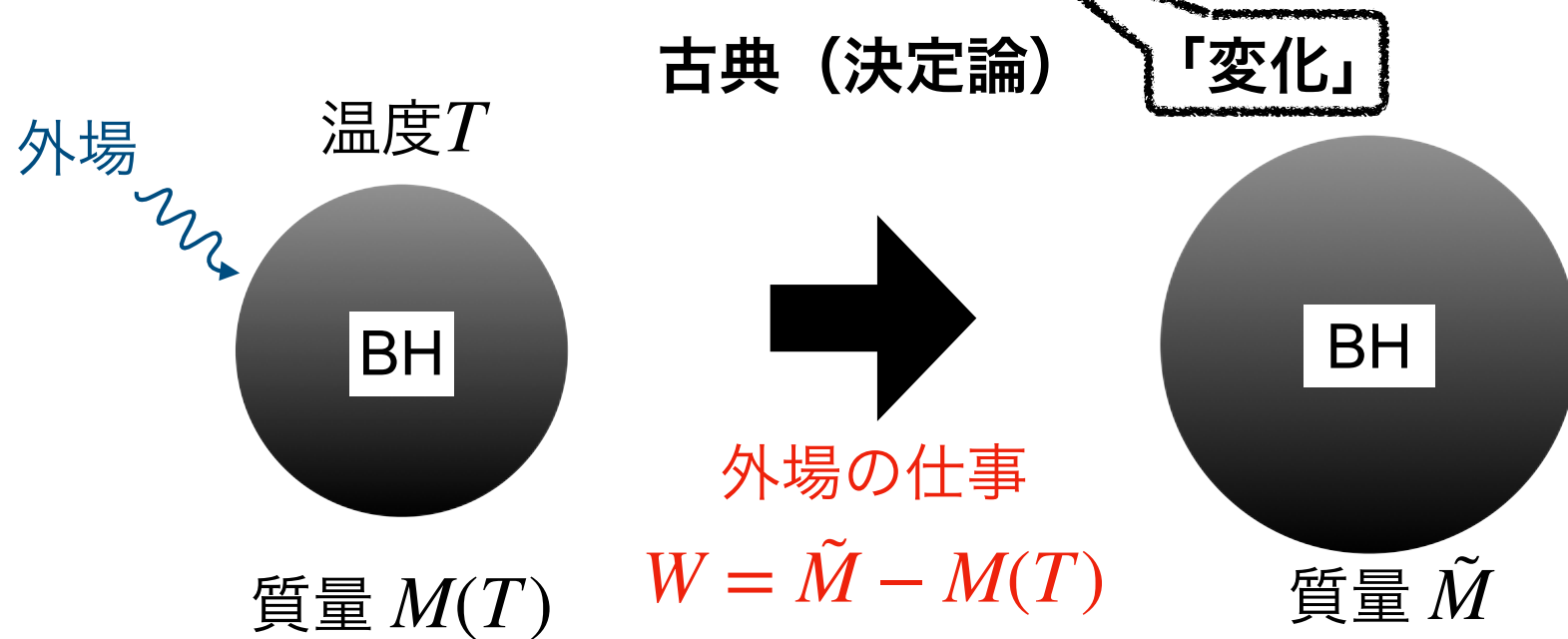
ブラックホール質量変化 に関するゆらぎの定理

2511.10305 (竹田)

ブラックホール質量の量子ゆらぎ



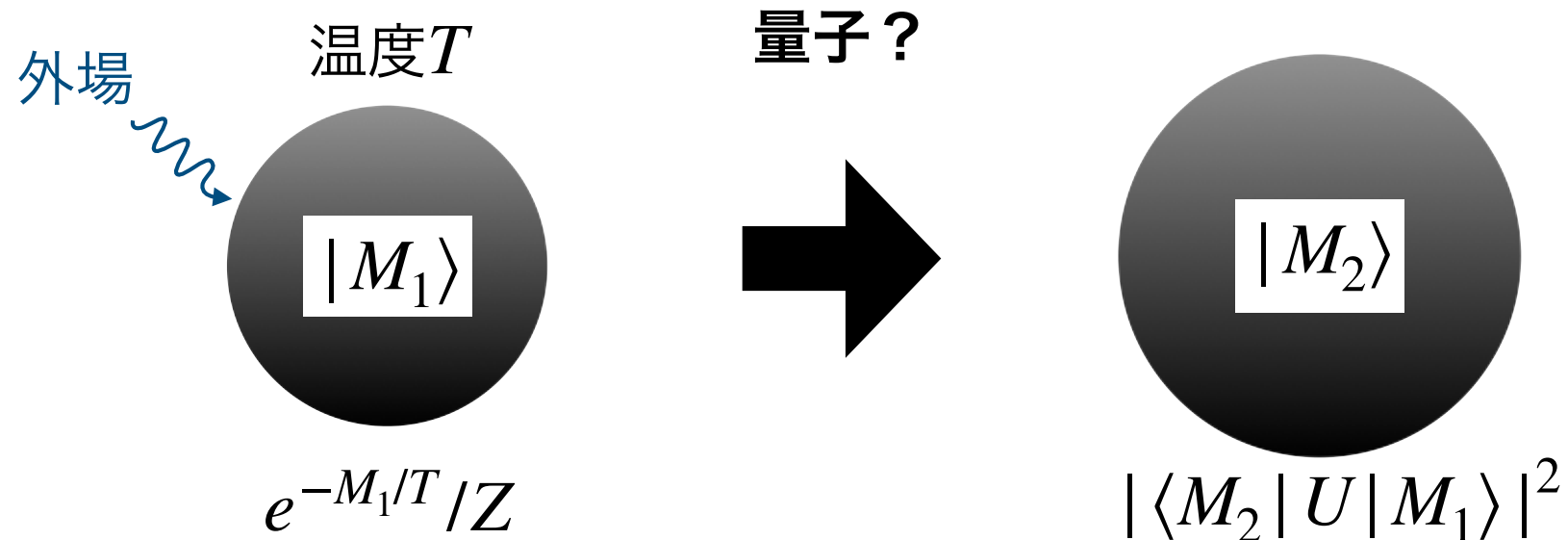
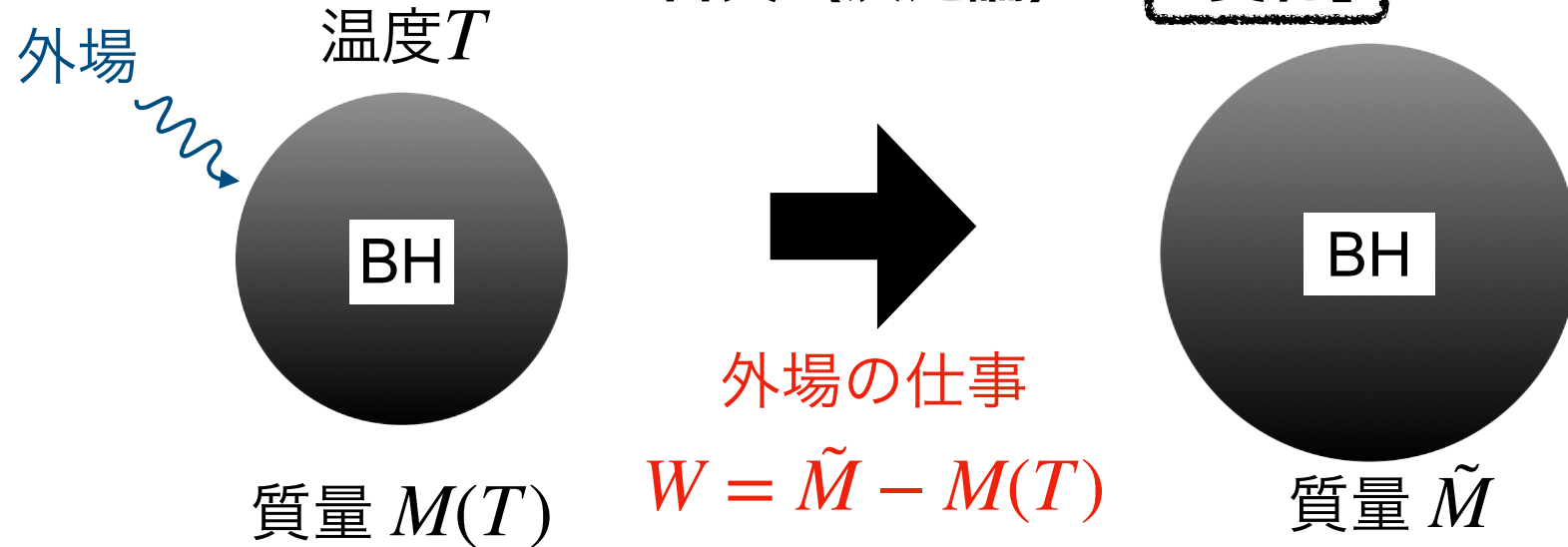
ブラックホール質量の量子ゆらぎ



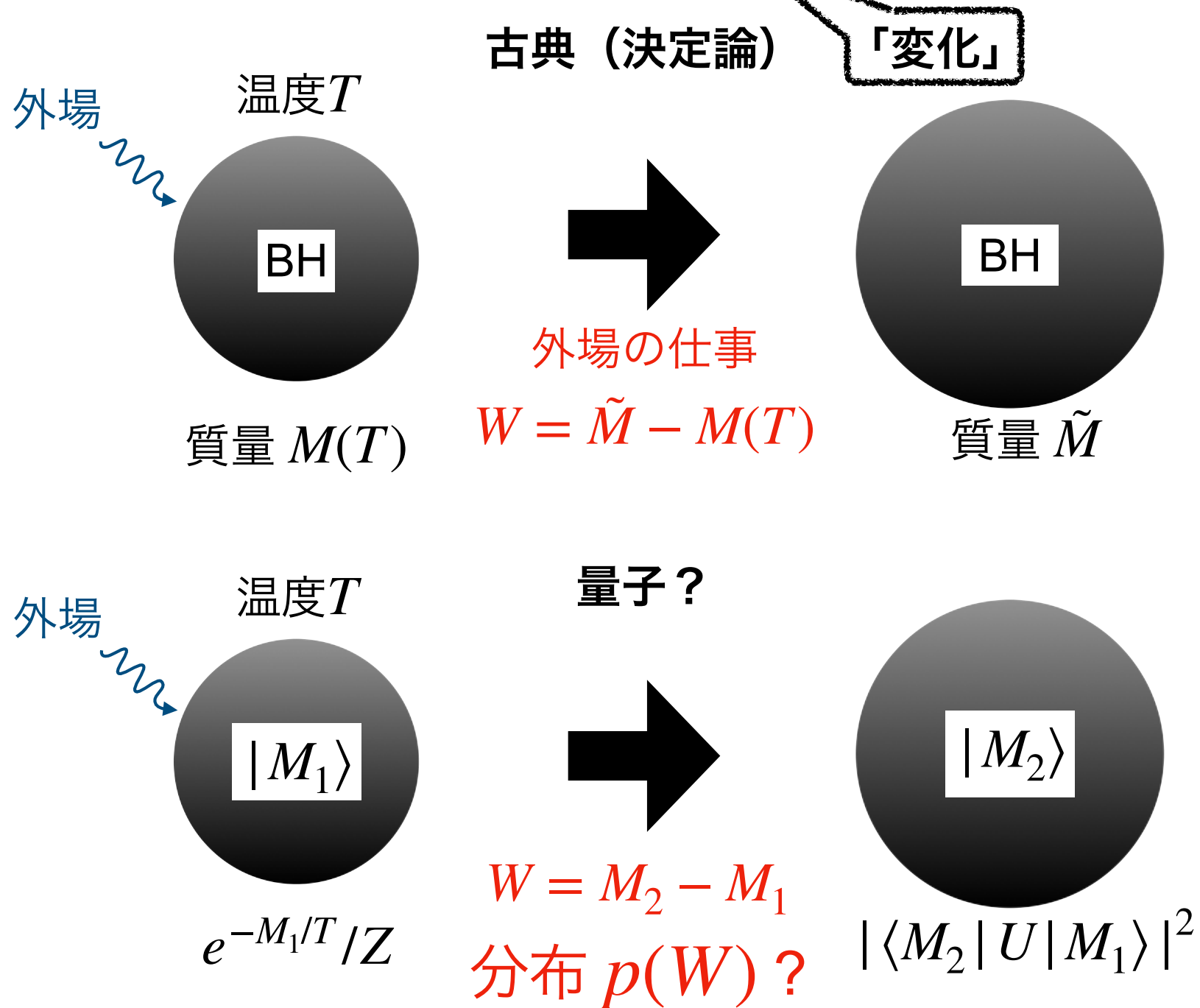
ブラックホール質量の量子ゆらぎ

古典（決定論）

「変化」

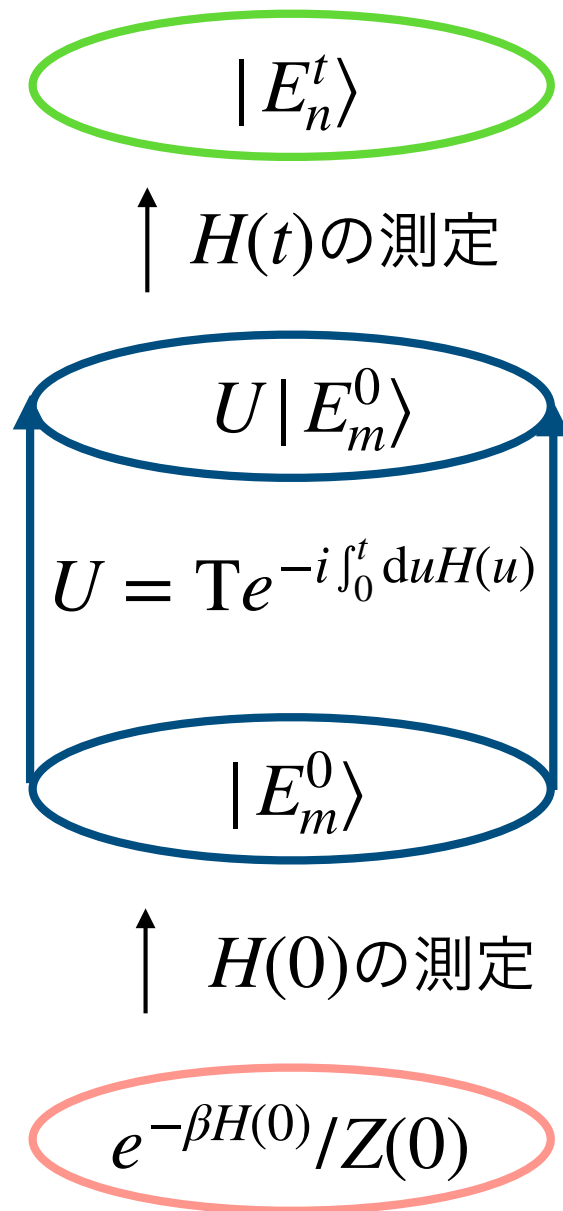


ブラックホール質量の量子ゆらぎ



境界CFTの言葉で仕事分布を定義

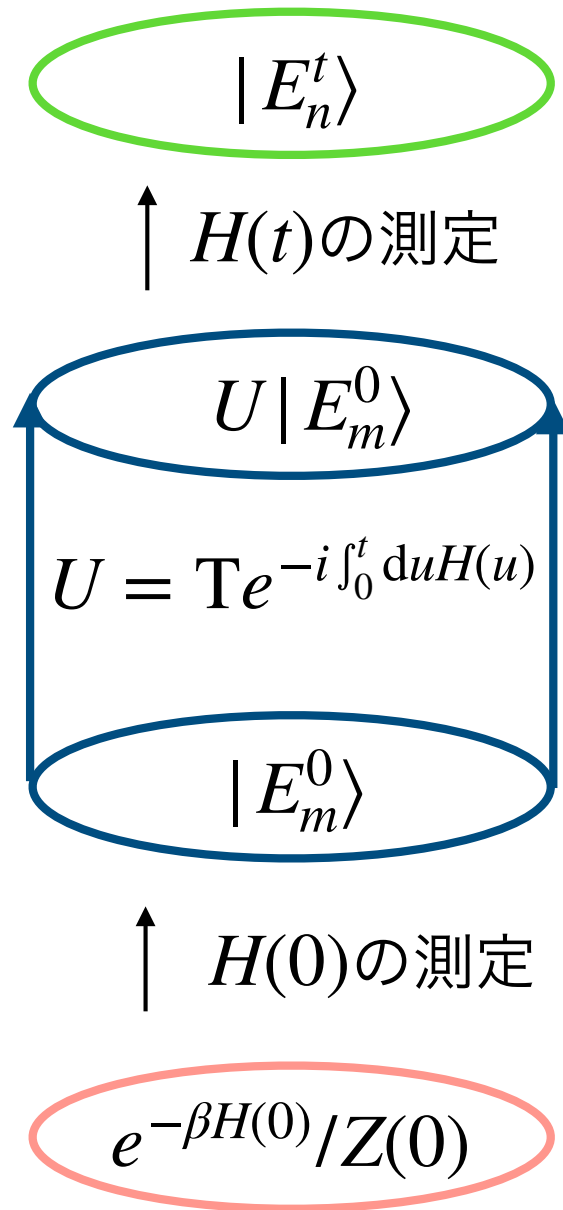
田崎 (2000)
(量子系の一般論)



境界CFTの言葉で仕事分布を定義

田崎 (2000)

(量子系の一般論)



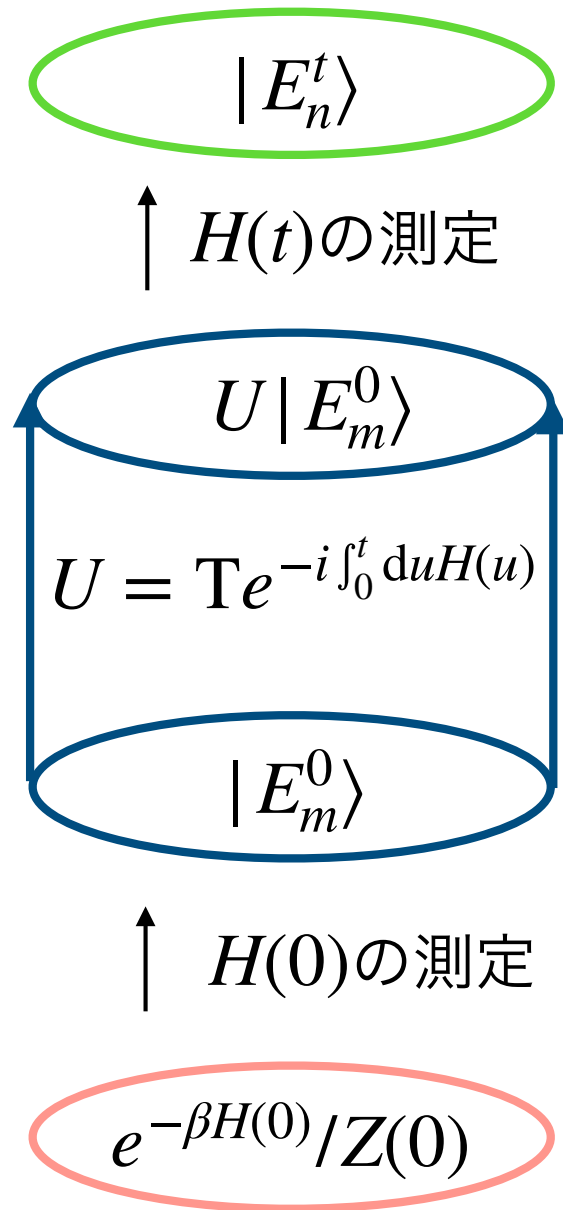
ここでの仕事の定義

$$W_{m \rightarrow n} = E_n^t - E_m^0$$

境界CFTの言葉で仕事分布を定義

田崎 (2000)

(量子系の一般論)



ここでの仕事の定義

$$W_{m \rightarrow n} = E_n^t - E_m^0$$

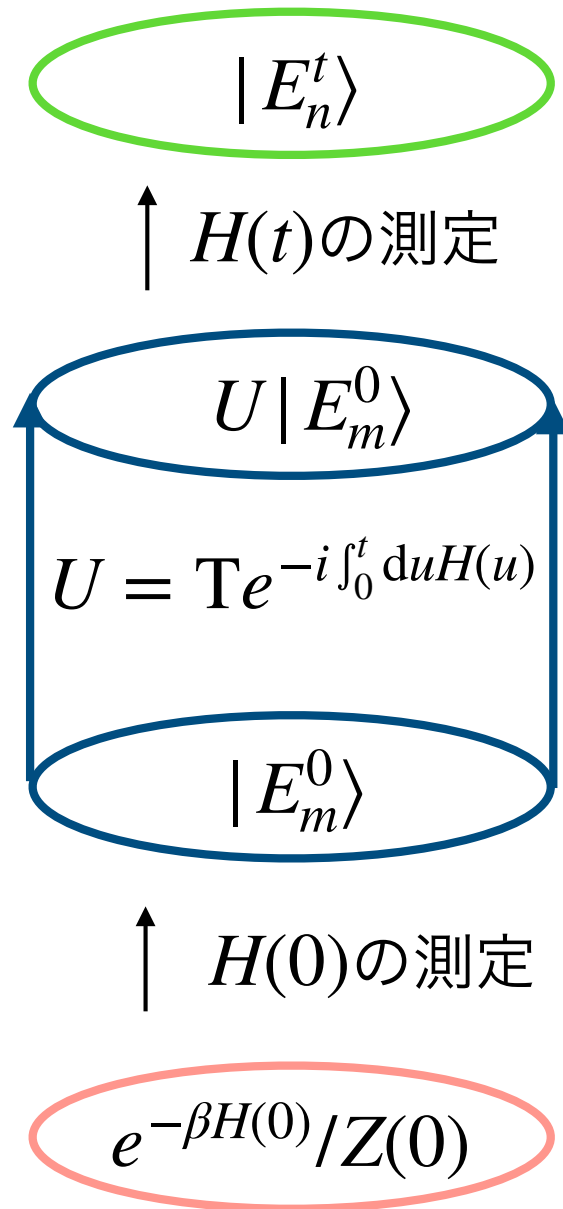
実現する確率

$$p_{m \rightarrow n} = |\langle E_n^t | U | E_m^0 \rangle|^2 e^{-\beta E_m^0} / Z(0)$$

境界CFTの言葉で仕事分布を定義

田崎 (2000)

(量子系の一般論)



ここでの仕事の定義

$$W_{m \rightarrow n} = E_n^t - E_m^0$$

実現する確率

$$p_{m \rightarrow n} = |\langle E_n^t | U | E_m^0 \rangle|^2 e^{-\beta E_m^0} / Z(0)$$

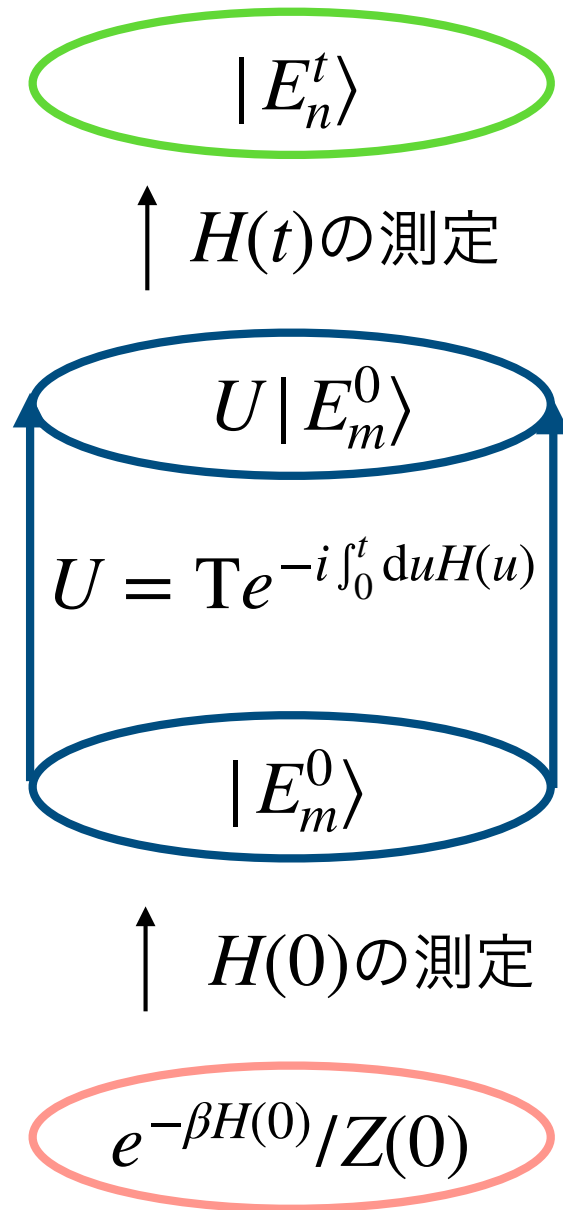
仕事分布

$$p(W) := \sum_{m,n} p_{m \rightarrow n} \delta(W - W_{m \rightarrow n})$$

境界CFTの言葉で仕事分布を定義

田崎 (2000)

(量子系の一般論)



ここでの仕事の定義

$$W_{m \rightarrow n} = E_n^t - E_m^0$$

実現する確率

$$p_{m \rightarrow n} = |\langle E_n^t | U | E_m^0 \rangle|^2 e^{-\beta E_m^0} / Z(0)$$

仕事分布

$$p(W) := \sum_{m,n} p_{m \rightarrow n} \delta(W - W_{m \rightarrow n})$$

等価な量：特性関数

$$G(u) := \int dW e^{iuW} p(W) = \langle e^{iuW} \rangle$$

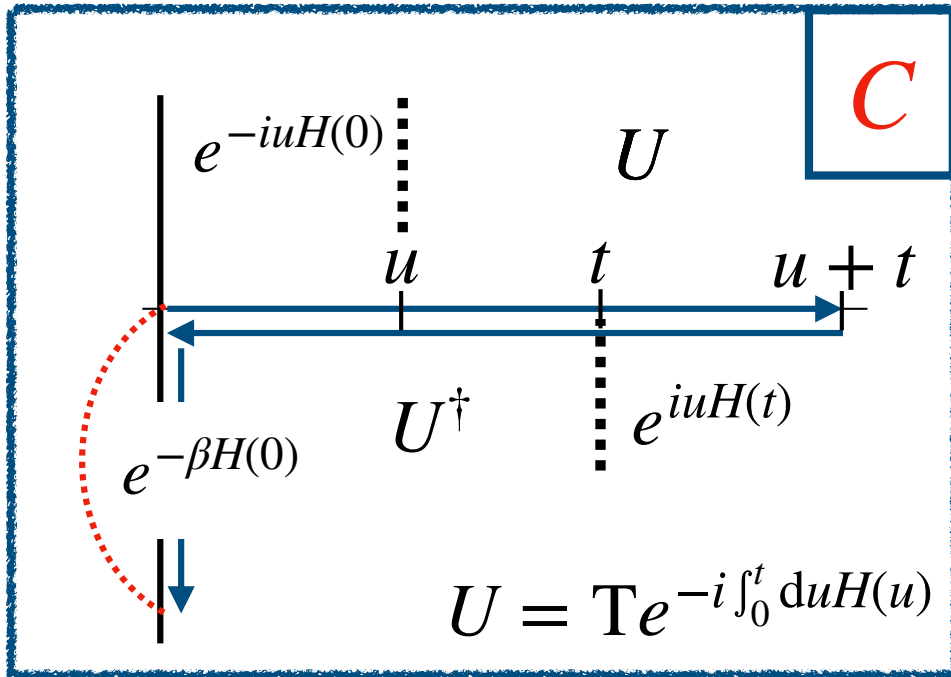
Talkner, Hänggi (2007)

特性関数はSchwinger-Keldyshでかける

$$\begin{aligned} G(u) &:= \int dW e^{iuW} p(W) & p(W) &:= \sum_{m,n} p_{m \rightarrow n} \delta(W - W_{m \rightarrow n}) \\ &= \sum_{m,n} e^{iu(E_n^t - E_m^0)} |\langle E_n^t | U | E_m^0 \rangle|^2 e^{-\beta E_m^0} / Z(0) \\ &= \text{Tr} \left[U^\dagger e^{iuH(t)} U e^{-iuH(0)} e^{-\beta H(0)} \right] / Z(0) \end{aligned}$$

特性関数はSchwinger-Keldyshでかける

t : 2回目の測定時刻



$$G(u) = \int \mathcal{D}\varphi e^{iS_{\text{CFT}}[\varphi; C]}$$

$$G(u) := \int dW e^{iuW} p(W)$$

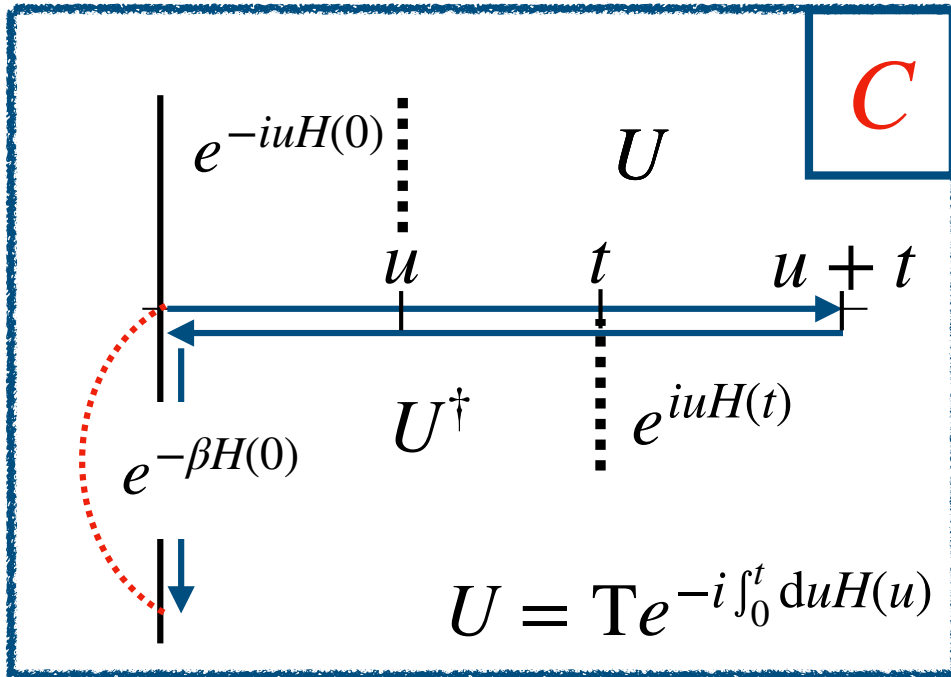
$$p(W) := \sum_{m,n} p_{m \rightarrow n} \delta(W - W_{m \rightarrow n})$$

$$= \sum_{m,n} e^{iu(E_n^t - E_m^0)} |\langle E_n^t | U | E_m^0 \rangle|^2 e^{-\beta E_m^0} / Z(0)$$

$$= \text{Tr} [U^\dagger e^{iuH(t)} U e^{-iuH(0)} e^{-\beta H(0)}] / Z(0)$$

特性関数はSchwinger-Keldyshでかける

t : 2回目の測定時刻



$$G(u) = \int \mathcal{D}\varphi e^{iS_{\text{CFT}}[\varphi; C]}$$

以下、この形：

$$H(u) = H_{\text{CFT}} - \int d\vec{x} \lambda(u, \vec{x}) O(\vec{x})$$

→ AdS/CFT辞書が使える！

$$G(u) := \int dW e^{iuW} p(W)$$

$$p(W) := \sum_{m,n} p_{m \rightarrow n} \delta(W - W_{m \rightarrow n})$$

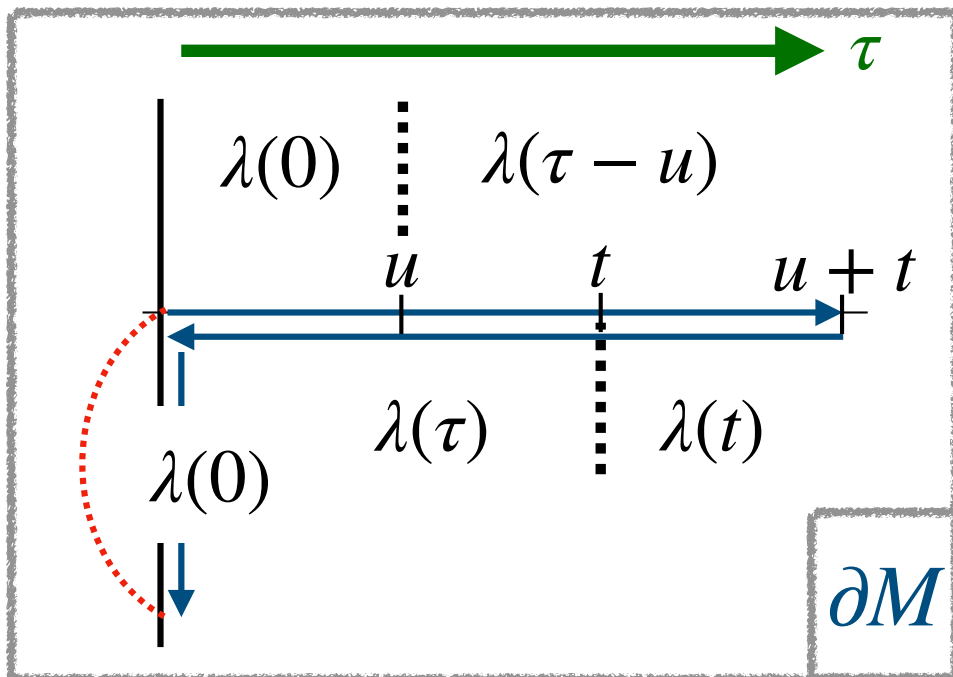
$$= \sum_{m,n} e^{iu(E_n^t - E_m^0)} |\langle E_n^t | U | E_m^0 \rangle|^2 e^{-\beta E_m^0} / Z(0)$$

$$= \text{Tr} [U^\dagger e^{iuH(t)} U e^{-iuH(0)} e^{-\beta H(0)}] / Z(0)$$

いざ、バルクへ

$$G(u) := \langle e^{iuW} \rangle = \leftarrow H(u) = H_{\text{CFT}} + \int d\vec{x} \lambda(u, \vec{x}) O(\vec{x})$$

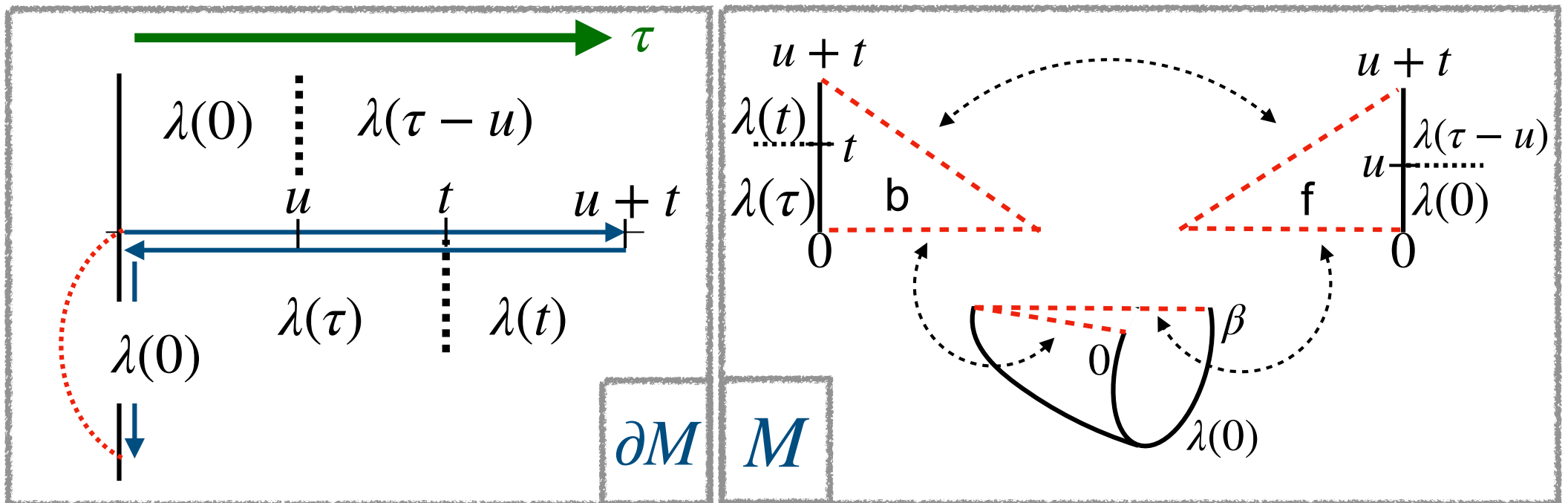
$$\int \mathcal{D}\phi e^{iS_{\text{CFT}}[\partial M; \phi] + i \int d^d x \lambda(x) O(x)}$$



いざ、バルクへ

$$G(u) := \langle e^{iuW} \rangle = \longleftarrow H(u) = H_{\text{CFT}} + \int d\vec{x} \, \lambda(u, \vec{x}) O(\vec{x})$$

$$\int \mathcal{D}\phi \, e^{iS_{\text{CFT}}[\underline{\partial M}; \phi] + i \int d^d x \, \lambda(x) O(x)} = e^{iS_{\text{AdS}}[\underline{M}; \Phi_{\text{cl}}]} \Big|_{\Phi \sim r^{\Delta-d} \lambda}$$



ゆらぎの定理が成立

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

ゆらぎの定理が成立

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

$$p(W) = (1 - q)\delta(W) + \text{const} \cdot e^{\beta W/2} \int \frac{dk}{2\pi} \left| \lambda_{W,k} \Gamma(\gamma_{W,k}) \Gamma(W, -k) \right|^2$$

$$q = \int_{W \neq 0} dW p(W) \quad \lambda(\tau, x) \text{ の Fourier tr} \quad \gamma_{\omega,k} = \frac{\Delta}{2} + i \frac{\omega + k}{2r_+}$$

ゆらぎの定理が成立

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

$$p(W) = (1 - q)\delta(W) + \text{const} \cdot e^{\beta W/2} \int \frac{dk}{2\pi} \left| \lambda_{W,k} \Gamma(\gamma_{W,k}) \Gamma(W, -k) \right|^2$$

$$q = \int_{W \neq 0} dW p(W) \quad \lambda(\tau, x) \text{ の Fourier tr} \quad \gamma_{\omega,k} = \frac{\Delta}{2} + i \frac{\omega + k}{2r_+}$$

$$p(-W) = e^{-\beta W} p(W)$$

積分形とJensen不等式から第二法則

$$1 = \langle e^{-W} \rangle \geq e^{-\langle W \rangle} \implies \langle W \rangle \geq 0$$

仕事は取り出せない

ゆらぎの定理が成立

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

$$p(W) = (1 - q)\delta(W) + \text{const} \cdot e^{\beta W/2} \int \frac{dk}{2\pi} \left| \lambda_{W,k} \Gamma(\gamma_{W,k}) \Gamma(W, -k) \right|^2$$

$$q = \int_{W \neq 0} dW p(W) \quad \lambda(\tau, x) \text{ の Fourier tr} \quad \gamma_{\omega,k} = \frac{\Delta}{2} + i \frac{\omega + k}{2r_+}$$

$$p(-W) = e^{-\beta W} p(W)$$

積分形とJensen不等式から第二法則

$$1 = \langle e^{-W} \rangle \geq e^{-\langle W \rangle} \implies \langle W \rangle \geq 0$$

仕事は取り出せない

非サイクルの一般論 田崎 (2000)

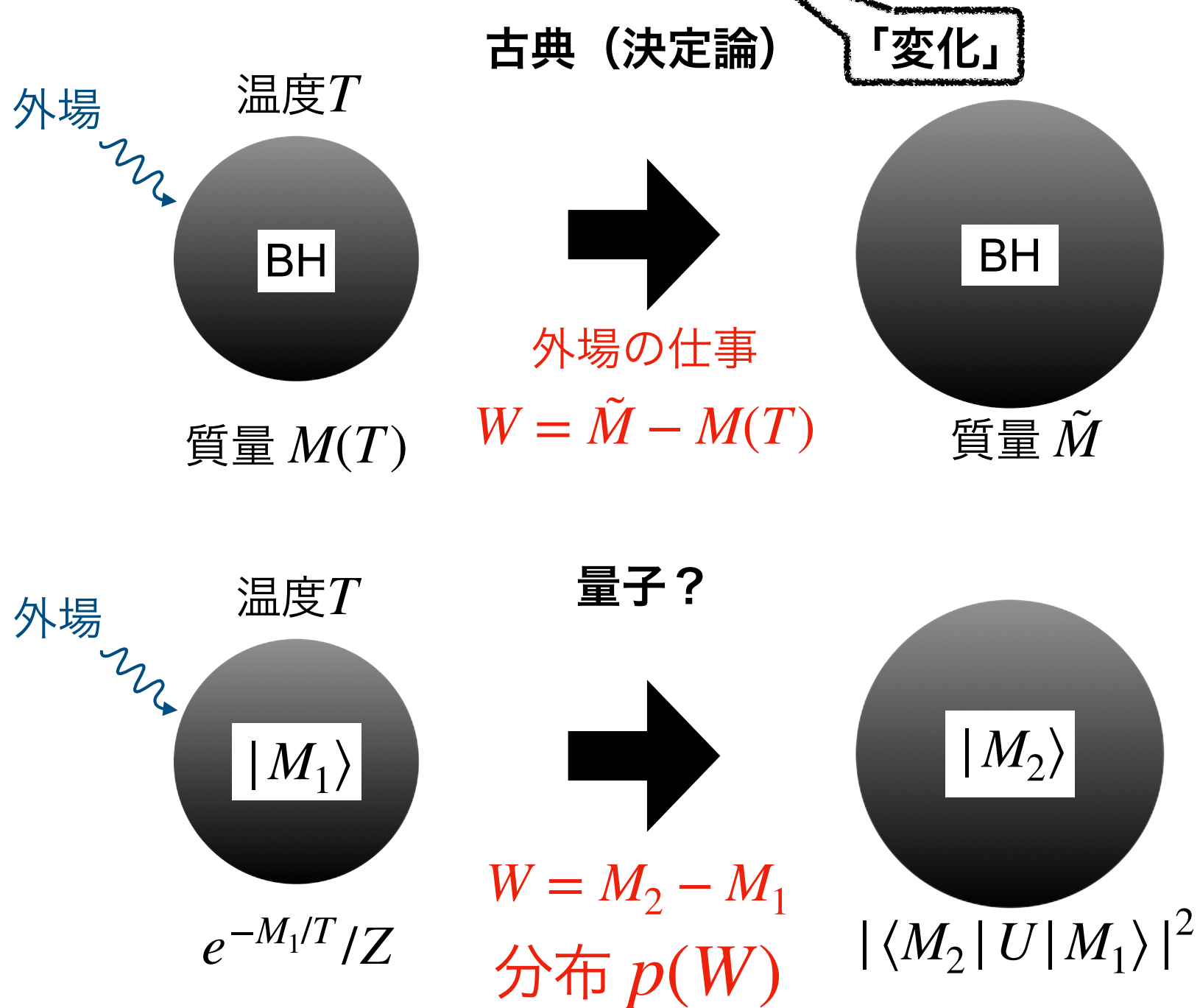
$$\tilde{p}(-W) = e^{-\sigma} p(W)$$

2511.10305 (竹田) はこれも含む

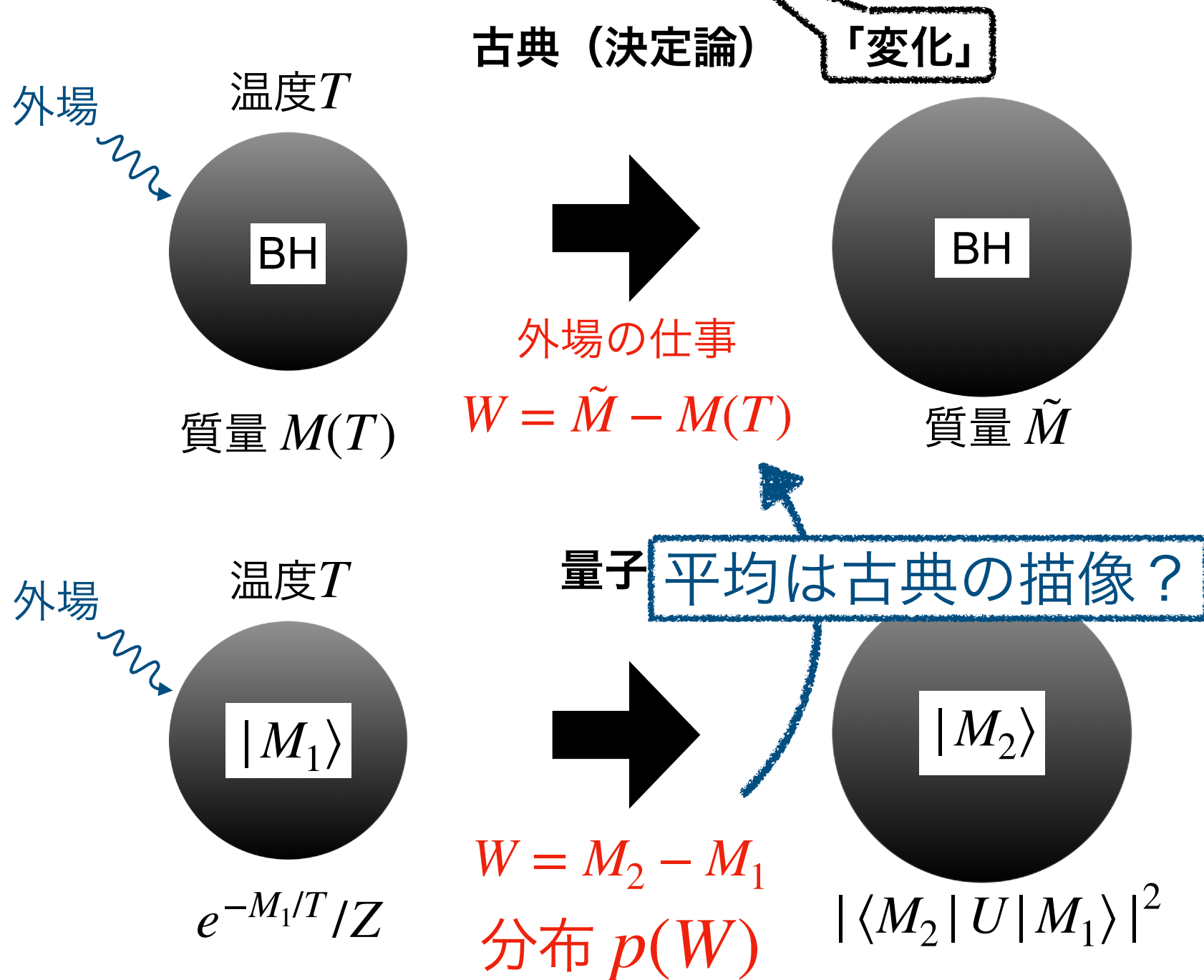
$$\sigma = \beta(W - \Delta F) \quad e^{\beta \Delta F} := Z(0)/Z(t)$$

$\tilde{p}$: 逆過程の仕事分布

ブラックホール質量の量子ゆらぎ



ブラックホール質量の量子ゆらぎ

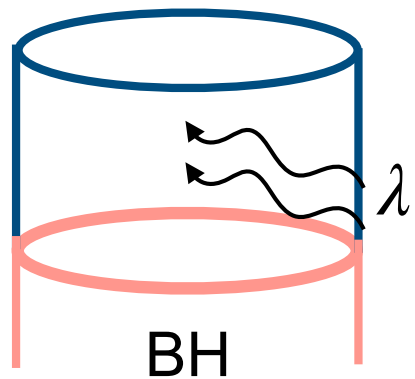


平均仕事が古典ブラックホールとつなぐ

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

初期値問題 ($\neq$ SK)



スカラー場の計量への応答まで計算

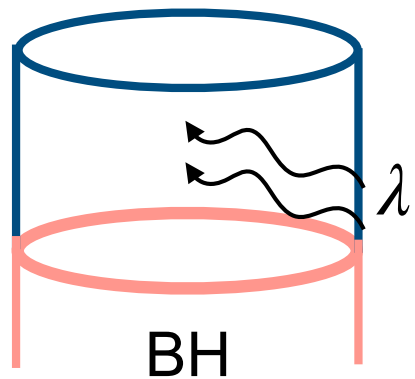
$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(\text{BTZ})} + \delta g_{\mu\nu}$$

平均仕事が古典ブラックホールとつなぐ

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

初期値問題 ($\neq$ SK)



スカラー場の計量への応答まで計算

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(\text{BTZ})} + \delta g_{\mu\nu}$$

質量の時間変化 ΔM_{cl}

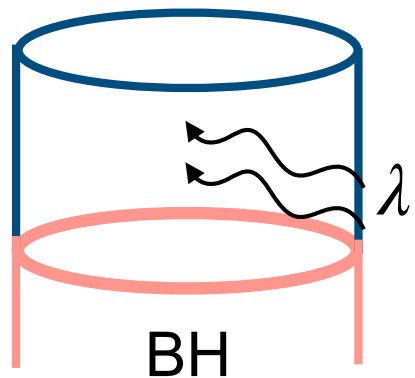
計算は [繁村・清水・杉下・竹田・世田 (2024)] で実行済

平均仕事が古典ブラックホールとつなぐ

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

初期値問題 ($\neq$ SK)



スカラー場の計量への応答まで計算

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(\text{BTZ})} + \delta g_{\mu\nu}$$

質量の時間変化 ΔM_{cl}

計算は [繁村・清水・杉下・竹田・世田 (2024)] で実行済

一方、仕事平均は？

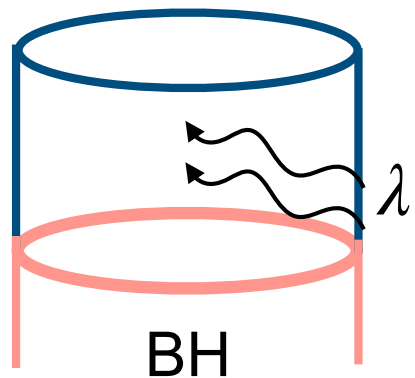
$$p(W) = (1 - q)\delta(W) + \text{const} \cdot e^{\beta W/2} \int \frac{dk}{2\pi} \left| \lambda_{W,k} \Gamma(\gamma_{W,k}) \Gamma(W, -k) \right|^2$$

平均仕事が古典ブラックホールとつなぐ

例) BTZブラックホール上のプローブスカラー場

"サイクル過程" : $\lambda(0) = \lambda(t) = 0$

初期値問題 ($\neq$ SK)



スカラー場の計量への応答まで計算

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(\text{BTZ})} + \delta g_{\mu\nu}$$

質量の時間変化 ΔM_{cl}

計算は [繁村・清水・杉下・竹田・世田 (2024)] で実行済

一方、仕事平均は？

$$p(W) = (1 - q)\delta(W) + \text{const} \cdot e^{\beta W/2} \int \frac{dk}{2\pi} \left| \lambda_{W,k} \Gamma(\gamma_{W,k}) \Gamma(W, -k) \right|^2$$

$$\Rightarrow \langle W \rangle := \int dW W p(W) = \Delta M_{\text{cl}}$$

まとめ：ゆらぐブラックホールの仕事分布

